УДК 621.396.96

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СОВМЕСТНОЙ БАЙЕСОВСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПОИСКА И ОБНАРУЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ В РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

д.т.н., проф. Д.В. Голкин, к.т.н. Г.В. Худов

Кратко анализируются основные результаты решения задач поиска и обнаружения объектов в радиолокационных системах (РЛС). Вводятся дифференциальные характеристики байесовского критерия минимума среднего риска. Уточняется байесовское правило принятия решения при совместной оптимизации поиска и обнаружения объектов в текущей зоне обзора.

В настоящее время специалисты в области радиолокации все большее внимание уделяют вопросам совместной оптимизации этапов поиска и обнаружения объектов [1 – 4]. Получен ряд существенных научных результатов, однако, существующие методы оптимизации рассматривают поиск как единую задачу обзора пространства, обработки сигналов и принятия решения только в постановочном плане, получены решения для отдельных составляющих поставленной задачи. Решение задачи в целом не получено, не сформулирован единый подход к выбору критерия эффективности, адекватно отражающего задачи РЛС на этапе поиска и обнаружения.

Для выяснения причин сложившихся трудностей в решении задачи совместной оптимизации поиска и обнаружения объектов проанализируем классический подход к решению задачи обнаружения с позиции теории статистических решений [5]. В теории статистических решений при наличии полного комплекта априорных данных используется критерий среднего риска – среднего значения платы за принятие решения при проверке статистических гипотез [5]. При этом, основными характеристиками среднего риска и его составляющих элементов являются интегральные характеристики. С помощью таких характеристик можно получить некоторые показатели качества поиска и обнаружения объекта в некоторой заданной зоне обзора в целом. Очевидно, что при этом одним и тем же интегральным показателям качества будет удовлетворять бесконечное множество стратегий поиска, что и затрудняет нахождение оптимальных решающих правил для случая совместной оптимизации таких процедур, как поиск и обнаружение объекта.

Для преодоления указанного противоречия введем в рассмотрение дифференциальные характеристики критерия среднего риска, которые позволили бы учесть особенности принятия байесовского решения для каждой точки и отдельного участка зоны поиска и обнаружения объектов. Дифференциальные характеристики будем рассматривать в следующем виде: $u(x)$ –

априорная плотность распределения местоположения объекта в заданной зоне обзора Ω по пространственным координатам x; $dp_1(x) = u(x)dx$ – априорная вероятность наличия объекта в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω; $dp_0(x) = \widetilde{u}(x)dx$ – априорная вероятность отсутствия объекта в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω; $\widetilde{u}(x)$ – априорная плотность вероятности отсутствия объекта в заданной зоне обзора Ω по пространственным координатам x; $dR(x) = \overset{\bullet}{R}(x)dx$ – средний риск при принятии решения о наличии или отсутствии объекта в элементарной ячейке dx; $\overset{\bullet}{R}(x)$ – плотность среднего риска в зоне обзора; $P(\gamma_i / H_j, x)$ – условная вероятность принятия решения γ_i при условии, что верна гипотеза H_j в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω, $i, j = 0, 1$. Элементы матрицы потерь оставим неизменными.

С учетом введенных обозначений дифференциальное значение среднего риска $dR(x)$ для двухальтернативного случая можно вычислить как

$$dR(x) = d(p_0(x)r_0(x)) + d(p_1(x)r_1(x)), \tag{1}$$

где $d(p_0(x)r_0(x)) = \Pi_{00}P(\gamma_0 / H_0, x)\,dp_0(x) + \Pi_{01}P(\gamma_1 / H_0, x)\,dp_0(x)$;

$d(p_1(x)r_1(x)) = \Pi_{10}P(\gamma_0 / H_1, x)\,dp_1(x) + \Pi_{11}P(\gamma_1 / H_1, x)\,dp_1(x)$ –

условные риски в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω, соответствующие гипотезе H_0 об отсутствии объекта и альтернативе H_1 о наличии объекта; γ_0 – решение о принятии гипотезы H_0 в элементарной ячейке dx; γ_1 – решение о принятии гипотезы H_1 в элементарной ячейке dx; $P(\gamma_i / H_j, x)$ – условная вероятность принятия решения γ_i в элементарной ячейке dx при условии, что верна гипотеза H_j, $i, j = 0, 1$; $P(\gamma_1 / H_0, x)$ – условная вероятность отвергнуть правильную гипотезу H_0 в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω, вероятность ошибки первого рода (уровень значимости); $P(\gamma_0 / H_1, x)$ – условная вероятность отвергнуть правильную гипотезу H_1 в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω, вероятность ошибки второго рода.

После простых преобразований выражение (1) перепишется в виде

$$\begin{aligned} d\,R(x) = \Pi_{00}dp_0(x) + \Pi_{10}dp_1(x) - ((\Pi_{10} - \Pi_{11})\,P(\gamma_1 / H_1, x)\,dp_1(x) - \\ - (\Pi_{01} - \Pi_{00})\,P(\gamma_1 / H_0, x)\,dp_0(x)). \end{aligned} \tag{2}$$

Обозначая $dR_0(x) = \Pi_{00}\,dp_0(x) + \Pi_{10}\,dp_1(x)$ и учитывая, что $dR_0(x)$ – неотрицательная константа в элементарной ячейке dx, байесовский алгоритм проверки простой гипотезы H_0 против простой альтернативы H_1 в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω записывается в следующем виде:

$$(\Pi_{10}-\Pi_{11})P(\gamma_1/H_1,x)\,dp_1(x)-(\Pi_{01}-\Pi_{00})P(\gamma_1/H_0,x)\,dp_0(x)\ \underset{\gamma_0}{\overset{\gamma_1}{\gtrless}}\ 0 \quad (3)$$

или
$$d\,l(x)=\frac{P(\gamma_1/H_1,x)\,dp_1(x)}{P(\gamma_1/H_0,x)\,dp_0(x)}\ \underset{\gamma_0}{\overset{\gamma_1}{\gtrless}}\ \frac{\Pi_{01}-\Pi_{00}}{\Pi_{10}-\Pi_{11}}, \quad (4)$$

где $d\,l(x)$ – безусловное отношение правдоподобия в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω.

Под безусловным отношением правдоподобия понимается отношение безусловной вероятности правильного обнаружения объекта $P(\gamma_1/H_1,x)\,dp_1(x)$ к безусловной вероятности ложной тревоги $P(\gamma_1/H_0,x)\,dp_0(x)$.

Таким образом, байесовский алгоритм (4) проверки простой гипотезы против простой альтернативы в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω состоит в сравнении отношения правдоподобия $d\,l(x)$ с порогом

$$c_b=\frac{\Pi_{01}-\Pi_{00}}{\Pi_{10}-\Pi_{11}}, \quad (5)$$

причем, если $d\,l(x)\ge c_b$, то принимается решение γ_1 (отклоняется гипотеза H_0), если $d\,l(x)<c_b$, то принимается решение γ_0 (принимается гипотеза H_0). Минимизация среднего риска сводится теперь к максимизации безусловного отношения правдоподобия.

Из изложенного выше видно, что полученные результаты (1) – (5) не противоречат общей классической теории, принятой при решении задачи проверки простой гипотезы против простой альтернативы, хорошо согласуются и выражение для среднего риска, и правило проверки гипотез в элементарной ячейке dx зоны обзора Ω.

Учтем теперь, что такие введенные дифференциальные характеристики непосредственно на практике применены быть не могут, так как предполагают вычисление среднего риска и безусловного отношения правдоподобия для каждой элементарной ячейки dx, что практически нереализуемо, к тому же остается неизвестным, какой алгоритм использовать при решении задачи просмотра элементарных $\Omega(t)$ при условии, что $\Omega(t)\to\Omega$ при $t\to T$, где T – время обзора заданной зоны Ω. Поставим задачу нахождения оптимального байесовского алгоритма принятия решения в текущей зоне обзора $\Omega(t)$ с учетом введенных дифференциальных характеристик. При такой постановке задачи появляется дополнительный параметр оптимизации: текущие размеры и положение зоны $\Omega(t)$ в общей зоне обзора Ω. Следовательно, создаются условия для нахождения оптимальной по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта.

Среднее значение риска теперь может быть найдено как

$$R(t)=\int\limits_{\Omega(t)} dR(x)=\int\limits_{\Omega(t)} \dot{R}(x)\,dx. \tag{6}$$

Подставляя (2) в выражение (6) после ряда преобразований имеем:

$$\begin{gathered}R(t)=\Pi_{00}\int\limits_{\Omega(t)} dp_0(x)+\Pi_{10}\int\limits_{\Omega(t)} dp_1(x)-((\Pi_{10}-\Pi_{11})\int\limits_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_1,x)dp_1(x)-\\ -(\Pi_{01}-\Pi_{00})\int\limits_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_0,x)dp_0(x)).\end{gathered} \tag{7}$$

Будем считать, что $R_0(t)=\Pi_{00}\int\limits_{\Omega(t)} dp_0(x)+\Pi_{10}\int\limits_{\Omega(t)} dp_1(x)$ – неотрицательная константа для текущей зоны обзора $\Omega(t)$ в момент времени t. Байесовский алгоритм проверки простой гипотезы H_0 против простой альтернативы H_1 в текущей зоне $\Omega(t)$ обзора Ω записывается в следующем виде:

$$\frac{\int\limits_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_1,x)dp_1(x)}{\int\limits_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_0,x)dp_0(x)}=\frac{\int\limits_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_1,x)u(x)dx}{\int\limits_{\Omega(t)} P(\gamma_1/H_0,x)\tilde{u}(x)dx}=\frac{P_1(\gamma_1,t)}{P_0(\gamma_1,t)}\ \underset{\gamma_0}{\overset{\gamma_1}{\gtrless}}\ \frac{\Pi_{01}-\Pi_{00}}{\Pi_{10}-\Pi_{11}}, \tag{8}$$

где $P_1(\gamma_1,t)$ – текущее значение безусловной вероятности правильного обнаружения объекта в зоне $\Omega(t)$; $P_0(\gamma_1,t)$ – текущее значение безусловной вероятности ложной тревоги в зоне $\Omega(t)$. Переходя к безусловному отношению правдоподобия $l(t)=\dfrac{P_1(\gamma_1,t)}{P_0(\gamma_1,t)}$ выражение (8) запишем в виде

$$l(t)\ \underset{\gamma_0}{\overset{\gamma_1}{\gtrless}}\ \frac{\Pi_{01}-\Pi_{00}}{\Pi_{10}-\Pi_{11}}. \tag{9}$$

Таким образом, полученный на основании выражений (6) - (8) оптимальный байесовский алгоритм (9) проверки простой гипотезы против простой альтернативы состоит в максимизации отношения правдоподобия $l(t)$ в текущей зоне $\Omega(t)$ и сравнении его с порогом

$$c_b = \frac{\Pi_{01} - \Pi_{00}}{\Pi_{10} - \Pi_{11}}, \tag{10}$$

причем, если $l(t) \geq c_b$, то принимается решение γ_1 (отклоняется гипотеза H_0), если $l(t) < c_b$, то принимается решение γ_0 (принимается гипотеза H_0).

В соответствие с (8) оптимизация должна производиться по параметрам условной вероятности правильного обнаружения $P(\gamma_1 / H_1, x)$ и параметрам текущей зоны обзора $\Omega(t)$.

Рассмотрим важный частный случай. Будем считать, что аналогично критерию Неймана-Пирсона фиксируется на постоянном уровне значение безусловной вероятности ложной тревоги $P_0(\gamma_1, t)$. Тогда согласно (8) нахождение максимума безусловного отношения правдоподобия сводится к нахождению максимума безусловной вероятности правильного обнаружения объекта $P_1(\gamma_1, t) = \int\limits_{\Omega(t)} P(\gamma_1 / H_1, x) u(x) dx.$

Таким образом, для нахождения оптимального байесовского алгоритма принятия решения в текущей зоне $\Omega(t)$ зоны обзора Ω наряду с решением задачи проверки гипотез в этой зоне, должна быть решена задача нахождения оптимальной по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта. Стратегия поиска $\lambda(x, t)$ есть правило, которое в любой момент времени t устанавливает, в какой области зоны обзора $\Omega(t)$ должен производиться поиск и с какими энергетическими затратами.

Для дальнейших исследований введем основные ограничения на стратегию поиска, используемые обычно в теории поиска. Потребуем, чтобы стратегия поиска была T – урезанной, то есть $\lambda(x,t) = 0$ при $t > T$ и $x \in \Omega$. Иными словами, должно выполняться условие обязательного просмотра зоны обзора Ω за время поиска T. Очевидно, что:

$$\lambda(x,t) > 0, \text{ для } x \in \Omega / \Omega(t); \quad \lambda(x,t) = 0, \text{ для } x \in \Omega / \Omega(t). \tag{11}$$

Будем считать, что стратегия поиска должна быть постоянна для всех координат, просматриваемых в фиксированный момент времени t. При этом мера текущей зоны обзора $\Omega(t)$ должна быть неубывающей функцией времени t, поскольку стратегия поиска распространяется в течение всего времени поиска. Поэтому, для каждой точки зоны обзора Ω существует момент времени $t(x)$, который определяет момент начала ее просмотра, т.е.

$$\lambda(x,t) > 0, \text{ для } t \in [t(x), T]; \quad \lambda(x,t) = 0, \text{ для } t \in [0, t(x)]. \tag{12}$$

Помимо указанных выше свойств стратегии поиска потребуем, чтобы она удовлетворяла условию оптимальности, заключающемуся в том, что если каждой T – урезанной стратегии $\lambda(x,t)$ соответствует функционал $P_1(\gamma_1,t) = P(\lambda(x,t))$ – безусловная вероятность правильного обнаружения объекта за время t при стратегии $\lambda(x,t)$, то стратегия $\lambda_{opt}(x,t)$ будет оптимальна, если

$$P(\lambda_{opt}(x,t)) = \sup P(\lambda(x,t)). \tag{13}$$

Потребуем также, чтобы стратегия поиска была оптимальна для любого момента времени T окончания поиска, то есть в какой бы момент времени поиск не был бы прерван, вплоть до этого момента времени он должен быть оптимальным по критерию максимума безусловной вероятности правильного обнаружения.

Из анализа результатов по выбору стратегий поиска, исследованных в теории поиска, из всех стратегий наиболее полно условиям (11) – (13) удовлетворяет класс равномерно-оптимальных стратегий поиска [6 – 13]. Стратегия $\lambda(x,t)$ равномерно-оптимальна, если ее любая T-урезанная стратегия оптимальна, т.е.

$$P(\lambda(x,t) = P(\lambda_{opt}(x,t)), \forall t \le T. \tag{14}$$

Таким образом, при решении задачи нахождения по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта оптимальной является равномерно-оптимальная стратегия поиска, в соответствие с которой должны быть выбраны текущие размеры и положение зоны $\Omega(t)$ в общей зоне обзора Ω.

Для нахождения меры области $\Omega(t)$ распространения стратегии поиска необходимо найти область первичного поиска Ω_c из условия $u(x) > C$, где С – постоянная, а затем решить дифференциальное уравнение Аркина с нулевым начальным условием [14]:

$$\frac{d\,\Omega(t)}{dt} = \frac{C(\Omega(t))\,L_0}{\Omega(t)\,C'(\Omega(t))}, \tag{15}$$

где $L_0 = \varepsilon P_0$ – характеризует мощность РЛС P_0; $\varepsilon = \dfrac{G^2\ \lambda_R^2\ \sigma_ц}{(4\pi)^3 D^4 N_0}$ – коэффициент пропорциональности, постоянный для конкретной РЛС; G – коэффициент усиления антенны РЛС; λ_R – длина волны РЛС; $\sigma_ц$ – эффективная поверхность рассеяния объекта; D – дальность до объекта; N_0 – спектральная плотность мощности шумов излучения.

На основании выполненных исследований можно сформулировать следующее уточненное правило нахождения оптимального байесовского алгоритма принятия решения: при решении задачи проверки простой гипотезы против простой альтернативы совместная оптимизация поиска и обнаружения объектов сводится к нахождению равномерно-оптимальной стратегии поиска, вычислению максимума безусловного отношения правдоподобия в текущей зоне обзора и сравнению его с порогом. Сформулированное правило достаточно легко распространяется на случай многоальтернативной задачи проверки гипотез и остается справедливым для случая дискретного поиска.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Теребулин С.Ю., Юрчик И.А. Совместная оптимизация алгоритмов обзора пространства и процедур обработки радиолокационной информации // Радиотехника. – 1996. – № 10.*
2. *Татарский Б.Г., Романенко Г.С., Дыморец Р.З. Оптимизация процедуры обзора пространства радиолокационной системой на основе методов искусственного интеллекта // Радиотехника. – 1998. – № 4.*
3. *Васильев О.В., Карев В.В. Управляемый радиолокационный поиск воздушных целей, оптимизированный по информационному критерию // Радиотехника. – 2000. – № 3.*
4. *Васильев О.В., Меркулов В.И., Карев В.В. Управляемый радиолокационный поиск воздушных целей // Успехи современной радиоэлектроники. – 2002. – № 1.*
5. *Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989. – 654 с.*
6. *Хеллман О. Введение в теорию оптимального поиска. – М.: Наука, 1985. – 246 с.*
7. *Аркин В.И. Задачи оптимального распределения поисковых усилий // Теория вероятностей и ее применения. – 1964. – Т. 9, вып. 1. – С. 12 – 23.*
8. *Аркин В.И. Некоторые экстремальные задачи, связанные с теорией поиска // Теория вероятностей и ее применения. – 1965. – Т. 10, вып. 3. – С. 7 – 18.*
9. *Аркин В.И. Равномерно-оптимальные стратегии поиска в задачах поиска // Теория вероятностей и ее применения. – Т. 9, вып. 1. – 1964. – С. 4 – 27.*
10. *Голкин Д.В., Худов Г.В. Оптимальная стратегия поиска неподвижной цели с учетом пространственно-временного распределения энергетического ресурса РЛС // Сборник материалов НТК «Современная радиолокация». – К.: НИИ «Квант». – 1994. – С. 17 – 20.*
11. *Худов Г.В. Поиск случайных сигналов точечных источников в ограниченной зоне при наличии априорной статистической информации об их положении // Реферативный журнал «Радиотехника». – М.: ВИНИТИ. – 1994. – Т. 5. – С. 32.*
12. *Худов Г.В. Методика оптимального просмотра информационных зон // Информационные системы. – Х.: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. – 1994. – Вып. 2. – С. 85 – 89.*
13. *Худов Г.В. Поиск нескольких сигналов в бортовых информационных системах // Информатика. – К.: Наук. думка: НАНУ, ИПМЭ. – 1998. – Вып. 5. – С. 18 – 22.*
14. *Зюбин В.И., Худов Г.В. О возможности получения стратегии поиска движущегося объекта в классе равномерно-оптимальных стратегий поиска // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вип. 3 (9). – С. 72 – 74.*

Поступила 5.12.2002

***ГОЛКИН Дмитрий Васильевич**, доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры ХВУ. В 1955 году окончил ВИРТА ПВО. Область научных интересов – поиск и обнаружение объектов в информационных системах.*

***ХУДОВ Геннадий Владимирович**, канд. техн. наук старший научный сотрудник, докторант ХВУ. В 1991 году окончил ЖВУРЭ ПВО. Область научных интересов – поиск и обнаружение объектов в информационных системах.*