УДК 311.214:519.248 DOI: 10.30748/soi.2018.152.08

В.Ю. Дубницкий[1], А.М. Кобылин[1], О.А. Кобылин[2]

[1] *Харьковский учебно-научный институт ГВУЗ Университета банковского дела, Харьков*
[2] *Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков*

ОЦЕНКА НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ НАДЁЖНОСТИ ФИЗИЧЕСКИ РЕАЛИЗУЕМОЙ СИСТЕМЫ В ПРОЦЕССЕ ЕЁ ЭКСПЛУАТАЦИИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЗАКОНАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБОБЩЁННОЙ НАГРУЗКИ И ПРОЧНОСТИ

Предложена методика оценки нижней границы надёжности физически реализуемой системы в процессе её эксплуатации при произвольных законах распределения обобщённой нагрузки и прочности. Для определения количества интервалов гистограмм распределения обобщённой прочности и обобщённой нагрузки использован метод, учитывающий эмпирический эксцесс полученных распределений. Предложено каждый интервал полученных гистограмм рассматривать как интервальное число, определённое в классической форме. Для определения надёжности системы вычислено значение интервального отношения каждого интервала гистограммы обобщенной нагрузки к каждому интервалу обобщённой прочности. Надёжность системы принимают равной нижней границе оценки частоты тех случаев, при которых левая граница интервального отношения более единицы. Для варианта «нагрузка распределена по нормальному закону, прочность – по нормальному закону» выполнен расчет надёжности в аналитическом виде. В результате его сравнения со статистической оценкой показано, что для эксплуатируемой системы предлагаемая методика даёт более осторожные результаты.

Ключевые слова: *надёжность, гистограмма, гамма-распределение, нормальное распределение, эксцесс, интервальные вычисления.*

Введение

В рамках данной работы примем следующие определения. Физически реализуемой системой будем называть совокупность физических элементов, структурно связанных между собой. Под воздействием внешней среды в этой структуре происходят деградационные изменения. Эти воздействия будем называть обобщённой нагрузкой. Способность системы противостоять внешним воздействиям будем называть обобщённой прочностью. Далее будем использовать термины «нагрузка» и «прочность». Естественно, что в зависимости от конкретных условий эти характеристики могут быть измерены в физических единицах, соответствующих особенностям рассматриваемых процессов. Прочность и нагрузку принимаем случайными величинами, заданными своими, в общем случае, произвольными законами распределения.

Надежность физически реализуемой системы определяют, как правило, в двух методически различных случаях. В первом случае (на стадии проектирования) предполагают известными виды законов распределения нагрузки и прочности и численные значения их параметров. Эти сведения, как правило, приведены в нормативных документах и техническом задании на проектирование системы. Во втором случае (на стадии эксплуатации) законы распределения нагрузки и прочности и численные значения их параметров определяют по результатам специально проведенных исследований. В этом случае следует говорить об оценках этих характеристик, принимая определение термина «оценка», приведенное в работе [1]. В рамках данной работы будет рассмотрен второй случай.

Анализ литературы. Решение задачи определения надёжности физически реализуемой системы при известных законах распределения прочности S и нагрузки L подробно рассмотрено во многих работах. Наиболее полные, по мнению авторов данного сообщения, сведения приведены в работах [2–4]. Примем, что надёжность физически реализуемой системы определяется вероятностью *P*:

$$\mathrm{P} = \Pr(\mathrm{S} - \mathrm{L}) > 0. \qquad (1)$$

Случайные величины S и L определены своими функциями распределения $F(S), F(L)$ и плотностями распределения $f(S), F(L)$. В работах [2; 4] показано, что в общем случае вероятность выполнения условия (1) можно определить, используя условие:

© Дубницкий В.Ю., Кобылин А.М., Кобылин О.А., 2018

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F(S)] f(L) dL . \qquad (2)$$

В работах [2–4] рассмотрены различные частные случаи сочетания законов распределения нагрузки и прочности.

Оценка надёжности физически реализуемой системы при её эксплуатации имеет свои важные особенности. Сведения о характеристиках прочности и воздействующей на систему нагрузке получают по фактическим данным. Результаты этих наблюдений конечны, что существенно отличает фактические законы распределения от их теоретических аналогов. Определение вида этих законов, оценка их параметров и решение задачи, определённой условием (2) может быть получено зачастую при больших затратах временных и материальных ресурсов. При обследовании состояния исследуемых систем, как правило, ресурсы ограничены, особенно временные. Эти обстоятельства вызвали к жизни методы решения задачи определения надёжности эксплуатируемых систем, основанные не на использовании сведений о законах распределении обобщённой прочности и нагрузки, полученных в результате аппроксимации их гистограмм, а непосредственно на использовании самих гистограмм. В соответствии с работой [5] интервальным статистическим распределением выборки (гистограммой) назовём табл. 1, которая использована авторами данной работы для дальнейших вычислений.

Таблица 1

Структура гистограммы

h	$x_{1л} \le x < x_{1п}$	$(x_{2л} = x_{1п}) < x < x_{2п}$	…	$(x_{nл} = x_{(n-1)п}) < x \le x_{nп}$
n	n_1	n_2	…	n_n

В этой таблице принято, что n_1, n_2, n_n. – количество наблюдений в соответствующем интервале, при условии, что общее количество наблюдений – k.

Использование гистограмм для оценки надёжности физически реализуемых систем изложено в работе [6]. В этой работе вероятность сочетания i-го уровня нагрузки (i =1, 2, …, n) и j-го уровня прочности (j=1,2, …, m) определяют по условию:

$$P_{ij} = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i} \cdot \frac{p_j}{\sum_{j=1}^{m} p_j} . \qquad (3)$$

При таком подходе невозможно определить вероятность выполнения условия (2) и, следовательно, он не дает возможность получить полноценный ответ на сформулированную в названии данного сообщения задачу.

К недостатку предложенного в работе [6] метода следует отнести и то, что он, используя экспериментальные данные, не позволяет оценить доверительные интервалы получаемых оценок.

Постановка задачи. Разработка предложений к методике оценки нижней границы надёжности физически реализуемой системы в процессе её эксплуатации при произвольных законах распределения обобщённой нагрузки и прочности.

Полученные результаты

Решение поставленной задачи состояло из нескольких шагов: 1 шаг – выбор способа моделирования исходных данных; 2 шаг – выбор способа построения гистограмм, моделирующих распределение обобщённой прочности и обобщённой нагрузки; 3 шаг – оценка надёжности системы с учётом распределения обобщённой прочности и нагрузки; 4 шаг – выбор способа определения доверительных интервалов оценки нижней границы надёжности моделируемой системы; 5 шаг – анализ полученных результатов.

Каждый шаг предлагаемой методики поясняется параллельно выполняемым численным примером.

1. ***Выбор способа получения моделирования исходных данных.*** Для этого был проведен численный эксперимент. Всего было получено три выборки псевдослучайных чисел, каждая объёмом в $k = 400$ данных. Для их получения использована программная система STATGRAPHICS CENTURION XV. Выборка S_1 соответствовала обобщённой нагрузке, распределённой в соответствии с гамма-распределением – L_g, выборка S_2 – обобщённой прочности, распределённой по нормальному закону – S_N, выборка S_3 – соответствовала обобщённой нагрузке, распределённой по нормальному закону – L_N.

При выборе законов распределения выборок исходили из следующих соображений. Сочетание законов распределения «нагрузка распределена по гамма-распределению, прочность по нормальному распределению» в работах [2–4] отсутствует. Расчёт надёжности системы при сочетании «нагрузка распределена по нормальному закону, прочность по нормальному закону» приведен в работах [2; 4]. В данной работе это сочетание использовано для сравнения результатов аналитического решения с предлагаемым приближённым. Плотности распределения, использованные в работе, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Плотности распределения, использованные в работе

Тип распределения (Условное обозначение)	Плотность распределения	Зависимость параметров распределения от его начальных характеристик
Нормальное распределение	$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}\right)$; $-\infty < x < \infty$	$\mu = m$; $\lambda = s$
Гамма-распределение	$f(x)=\frac{\lambda^{\mu}}{\Gamma(\mu)}x^{\mu-1}e^{-\lambda x}$, $x>0$.	$\mu=\frac{(\overline{x})^2}{s^2}$; $\lambda=\frac{m}{s^2}$.

В этой таблице и далее принято, что греческие буквы соответствуют параметрам функций плотности, латинские буквы – их основным числовым характеристикам: $\hat{x}$ – среднему значению, s – среднеквадратическому отклонению, v – коэффициенту вариации. Для определения параметров законов распределения полученных выборок использованы результаты работ [7–8].

Статистические характеристики полученных выборок приведены в табл. 3.

Таблица 3

Статистические характеристики выборок, использованных в работе

Выборочные характеристики	Выборки		
	Lg	S_N	L_N
Среднее значение, $\overline{x}$	201,564767	351,96481	201,516281
Среднеквадратическое отклонение, s	40,038691	44,998863	38,825877
Оценка эксцесса, Est(Ex)	0,354611	-0,138485	-0,3971397
$\hat{\mu}$	25,343666	$\hat{\mu}=\overline{x}$	$\hat{\mu}=\overline{x}$
$\hat{\lambda}$	0,125734	$\hat{\lambda}=s$	$\hat{\lambda}=s$

Особо следует рассмотреть особенности получения численного значения величины эксцесса. Общеизвестно выражение приведенное, например, в работах [5; 10–11].

Эти работы определяют эксцесс в таком виде:

$$Ex=\frac{\mu_4}{\sigma^4}-3\,; \tag{4}$$

где μ_4 – четвёртый центральный момент. Его определяют по условию:

$$\mu_4=\frac{\sum_{u=1}^{k}\left(x_u-\overline{x}\right)^4}{k}\,; \tag{5}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{u=1}^{k}\left(x_u-\overline{x}\right)^2}{k}}\,. \tag{6}$$

Непосредственный расчет по условиям (5–6) даст ответ, не совпадающий с тем, который выдают программные продукты, например, такие, как MS Excel и STATGRAPHICS. Детальное рассмотрение этого обстоятельства привело авторов данной работы к следующим выводам. Алгоритм вычисления характеристик асимметрии и эксцесса выдаёт их несмещённые оценки, а не теоретические значения. Это обстоятельство не указано в работе [12], наиболее полном описании функций системы MS Excel. В работах [13–14] и в руководстве пользователю лицензионной системы STATGRAPHICS приведено выражение для получения оценки эксцесса:

$$Est(Ex)=\eta-\Delta\,; \tag{7}$$

$$\eta=\frac{k^2(k+1)\sum_{u=1}^{k}\left(x_u-\overline{x}\right)^4}{(k-1)(k-2)(k-3)s^4}\,; \tag{8}$$

$$\Delta=\frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}; \tag{9}$$

$\overline{x}$ – оценка математического ожидания, s – несмещённая оценка среднеквадратического отклонения, приведенные, например, в работах [5; 10].

2. ***Выбор способа построения гистограмм.*** Процесс построения гистограммы хорошо известен и подробно описан, например, в работе [5]. Для построения гистограмм в данной работе использована подпрограмма программной системы Atte Stat. Доступ к этой системе свободный, правила её применения описаны в работе [9]. При построении гистограммы ключевым является вопрос о выборе количества её интервалов. В работе [15] выполнен подробный обзор известных способов его определения. Все приведенные выражения можно сгруппировать в две группы. В первую входят выражения, в которых количество интервалов гистограммы представлено в виде функции $n = \phi(k)$. Самая известная из них – функция вида:

$$n = 3,3\lg k + 1. \qquad (10)$$

Особенность условий, подобных условию вида (9), в том, что они зависят только от объёма выборки, но не от её закона распределения. Для устранения того недостатка в той же работе [15] приведено условие вида:

$$n = \frac{4}{\chi}\lg\frac{k}{10}; \qquad (11)$$

величина χ названа контрэксцессом, правило её определения подробно изложено в работе [16]. В соответствии с этой работой контрэксцесс определяют по условию:

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{\eta}}. \qquad (12)$$

Используя условия (7–9) представим условие (12) в виде:

$$\chi = \left(\sqrt{\mathrm{Est}(\mathrm{Ex}) + \Delta}\right)^{-1}. \qquad (13)$$

Результаты вычислений представлены в табл. 4. В этой таблице приведено количество интервалов гистограммы, определённое по условию (10) – n_1 и условию (11) – n_2.

Границы интервалов полученных гистограмм приведены в табл. 5.

Таблица 4

Определение количества интервалов гистограммы

Параметры расчёта	Численные значения параметров расчета		
	Выборка		
	Lg	S_N	L_N
η	3,377300	2,884204	2,891629
χ	0,544560	0,588826	0,588096
n_1	10	10	10
n_2	12	11	11

Таблица 5

Границы интервалов гистограмм, моделирующих обобщённую нагрузку и прочность

Интервалы	Выборка					
	Lg		S_N		L_N	
	Границы интервалов		Границы интервалов		Границы интервалов	
	Левая	Правая	Левая	Правая	Левая	Правая
1	112	132.909	227	265	72,0	83,6364
2	132.909	153.818	265	303	83,6364	95,2727
3	153.818	174.727	303	341	95,2727	106,909
4	174.727	195.636	341	379	106,909	118,545
5	195.636	216.545	379	417	118,545	130,182
6	216.545	237.455	417	455	130,182	141,818
7	237.455	258.364	455	493	141,818	153,455
8	258.364	279.273	493	531	153,455	165,091
9	279.273	300.182	531	569	165,091	176,727
10	300.182	321.091			176,727	188,364
11	321.091	342			188,364	200,0

При построении гистограммы принято считать, что внутри её ячейки или, как теперь принято говорить «бина», изучаемая случайная величина распределена равномерно [5; 10]. Это допущение позволяет рассматривать каждый бин гистограммы как интервальное число, границы которого совпадают с границами бина:

$$[B] = [b_1, b_2], \; b_1 < b_2. \qquad (14)$$

Основные правила действия с интервальными числами изложены в работе [17]. Специализированный калькулятор, реализующий эти правила, описан в работах [18–19]. Введём следующие обозначения: $B_j(S_N)$ – j-й бин нормально распределённой прочности; $B_i(Lg)$ – i-й бин гамма-распределённой нагрузки; $B_i(L_N)$ – i-й бин нормально распределённой нагрузки.

3. ***Оценка надёжности системы с учётом распределения обобщённой прочности и нагрузки.***

Представим условие (1) в виде:

$$P = \Pr((S/L) > 1). \qquad (15)$$

Для пары «нагрузка распределена по гамма-распределению, прочность по нормальному закону» введём интервальную величину:

$$Z_{ij}(S_N, Lg) = \frac{[B_j(S_N)]}{[B_i(Lg)]} = \frac{(b_{i1}(S_N)),(b_2(S_N))}{(b_{i1}(Lg)),(b_2(Lg))} = (z_{ij1}(S_N, Lg), z_{ij2}(S_N, Lg)); \qquad (16)$$

$$i = 1,2,...n;\ j = 1,2,...m.$$

Для пары «нагрузка распределена по нормальному закону, прочность по нормальному закону» введём интервальную величину:

$$Z_{ij}(S_N, L_N) = \frac{[B_j(S_N)]}{[B_i(L_N)]} = \frac{(b_{i1}(S_N)),(b_2(S_N))}{(b_{i1}(L_N)),(b_2(L_N))} = (z_{ij1}(S_N, L_N), z_{ij2}(S_N, L_N)); \qquad (17)$$

$$i = 1,2,...n;\ j = 1,2,...m.$$

Введём индикаторы выполнения условия, противоположного условию (15), вида:

$$I_{ij}(S_N, Lg) = \begin{cases} 1, \text{если} Z_{ij}(z_{ij1}(S_N, Lg) < 1 \\ 0, \text{если} Z_{ij}(z_{ij1}(S_N, Lg) > 1, \end{cases} \qquad (18)$$

$$i = 1,2,...n;\ j = 1,2,...m.$$

$$I_{ij}(S_N, L_N) = \begin{cases} 1, \text{если} Z_{ij}(z_{ij1}(S_N, L_N) < 1 \\ 0, \text{если} Z_{ij}(z_{ij1}(S_N, L_N) > 1, \end{cases} \qquad (19)$$

$$i = 1,2,...n;\ j = 1,2,...m.$$

Назначение этих индикаторов рассмотрим подробнее. Предположим, что проведено mn испытаний некоторой системы. Примем, что отказ системы наступит в том случае, когда не выполнено условие превышения прочности над нагрузкой, то есть условия (1) и (15). Тогда эмпирическую вероятность отказов (оценку ненадёжности системы) можно определить для сочетаний обобщённой нагрузки и прочности, рассматриваемых в данной работе, по условиям:

$$\hat{Q}(S_N, L_g) = \frac{1}{mn}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} I_{ij}(S_N, L_g); \qquad (20)$$

$$\hat{Q}(S_N, L_N) = \frac{1}{mn}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} I_{ij}(S_N, L_N). \qquad (21)$$

4. ***Выбор способа определения доверительных интервалов оценки нижней границы надёжности моделируемой системы.*** Подробный анализ решения задачи определения нижней границы для условий вида (20–21) выполнен в работах [20–21]. В работе [21] приведены подробные таблицы, облегчающие решение поставленной задачи. Эти таблицы были использованы для определения нижней и верхней границы оценки надёжности вида (21). Результаты вычислений приведены в табл. 6.

5. ***Анализ полученных результатов***. Полученный по предлагаемой методике результат определения надёжности для варианта «нагрузка распределена по нормальному закону, прочность – по нормальному закону» сравнили с расчетом надёжности для этих же условий, полученном в аналитическом виде и приведенном в работе [2]:

$$P = F\left(\frac{\eta - 1}{\sqrt{\nu_1^2 + \eta^2 + \nu_2^2}}\right); \qquad (22)$$

где $F(\cdot)$ – стандартная нормальная функция распределения; $\bar{L}_N$ – среднее значение нормально распределенной нагрузки; s_{LN} – среднеквадратическое отклонение нормально распределенной нагрузки; $\bar{S}_N$ – среднее значение нормально распределенной прочности; s_N – среднеквадратическое отклонение нормально распределенной прочности; $\nu_1 = s_{LN} / \bar{L}_N$ – коэффициент вариации нагрузки; $\nu_2 = s_N / \bar{S}_N$ – коэффициент вариации прочности; $\eta = \bar{L}_N / \bar{S}_N$ – среднее значение коэффициента запаса. Результаты вычислений также приведены в табл. 6. При выполнении расчётов использованы данные, приведенные в табл. 3.

Таблица 6

Верхние и нижние границы оценки надёжности

Оценки надёжности	Виды сочетаний «нагрузка-прочность»	
	$Lg\text{-}S_N$	$L_N\text{-}S_N$
Нижняя оценка, $\underline{P}$	0,801280	0,970487
Оценка $\hat{P}$	0,868687	1
Верхняя оценка, $\overline{P}$	0,921360	1
Расчетная надёжность P	–	0,99373

Примечание. Оценки надёжности приведены для уровня доверительной вероятности $\alpha = 0,95$.

Из табл. 6 и работы [21] следует, что расчетная надёжность совпадает с нижней оценкой величины $\hat{P}$ при $\alpha = 0,5$, то есть недопустимо низким уровнем доверительной вероятности.

Предлагаемая методика может быть использована при оценке надёжности эксплуатируемых систем, испытывающих деструктивное воздействие внешней среды.

Выводы

1. Предложена методика оценки нижней границы надёжности физически реализуемой системы в процессе её эксплуатации при произвольных законах распределения обобщённой нагрузки и прочности.

2. Для определения количества интервалов гистограмм распределения обобщённой прочности и обобщённой нагрузки использован метод, учитывающий эмпирический эксцесс полученных распределений.

3. Предложено каждый интервал полученных гистограмм рассматривать как интервальное число, определённое в классической форме.

4. Для определения надёжности системы вычислено значение интервального отношения каждого интервала гистограммы обобщенной нагрузки к каждому интервалу обобщённой прочности.

5. Надёжность системы определяют равной нижней границе оценки частоты тех случаев, при которых левая граница интервального отношения более единицы.

6. Для варианта «нагрузка распределена по нормальному закону, прочность – по нормальному закону» выполнен расчет надёжности в аналитическом виде. В результате его сравнения со статистической оценкой показано, что для эксплуатируемой системы предлагаемая методика даёт более осторожные результаты.

Список литературы

1. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю.В. Прохоров. – Москва: Большая Российская Энциклопедия, 1999. – 910 с.

2. Переверзев Е.С. Надежность и испытания технических систем / Е.С. Переверзев. – Киев: Наукова думка, 1990. – 328 с.

3. Арасланов А.М. Расчет элементов конструкций заданной надежности при случайных воздействиях / А.М. Арасланов. – Москва: Машиностроение, 1987. – 128 с.

4. Капур К. Надежность и проектирование систем / К. Капур, Л. Ламберсон. – Москва: Мир, 1980. – 604 с.

5. Жлуктенко В.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. У 2-х ч. – Ч.ІІ. Математична статистика. / В.І. Жлуктенко, С.І. Наконечний, С.С. Савіна. – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.

6. Лычев А.С. Надежность строительных конструкций / А.С. Лычев. – Москва: АСВ, 2008. – 184 с.

7. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р.Н. Вадзинский. – М.: НАУКА, 2001. – 295 с.

8. Дубницкий В.Ю. Оптимальная аппроксимация функции плотности распределения информации по критерию минимума потери информации / В.Ю. Дубницкий, И.Г. Скорикова, А.И. Ходырев // Системи обробки інформації. – Х.: ХНУПС, 2017. – Вип. 4(150). – С. 45-51.

9. Гайдышев И.П. Моделирование стохастических и детерминированных систем: Руководство пользователя программы Atte Stat / И.П. Гайдышев. – Курган: БИ, 2015. – 484 с.

10. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман – Москва: Высшая школа, 2001. – 479 с.

11. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель – Москва: Наука, 1969. – 576 с.

12. Сингаевская Г.И. Функции MS Excel / Г.И. Сингаевская. – Киев: Диалектика, 2005. – 849 с.

13. Вадзинский Р. Статистические вычисления в среде MS Excel. Библиотека пользователя / Р. Вадзинский. – Санкт-Петербург: Питер, 2008. – 608 с.

14. Минько А.А. Статистический анализ в MS EXCEL / А.А. Минько. – Москва: Изд. Дом «Вильямс», 2004. – 448 с.

15. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.

16. Федоров М.В. Метод идентификации форм распределений малых выборок / М.В. Федоров // Российский химический журнал. – 2002. – т. XLVI. – С. 9-11.

17. Жуковська О.А. Основи інтервального аналізу / О.А. Жуковська. – К.: Освіта України, 2009. – 136 с.

18. Дубницкий В.Ю. Решение обратной задачи интервального анализа поисковым методом / В.Ю. Дубницкий, А.М. Кобылин // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – 2014. – №1131. – С. 54-72.

19. Дубницкий В.Ю. Вычисление элементарных функций с интервально заданным аргументом, определённым в системе центр-радиус / В.Ю. Дубницкий, А.М. Кобылин, О.А. Кобылин // Системи обробки інформації. – Х.: ХНУПС, 2016. – Вип. 7 (144). – С. 107-112.

20. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А.И. Кобзарь. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.

21. Статистические задачи отработки систем и таблицы для числовых расчетов показателей надежности: Под ред. Р.С. Судакова. – Москва: Высшая школа, 1975. – 604 с.

References

1. Prokhorov, Yu.V. (1999), "*Veroyatnost' i matematicheskaya statistika: Entsiklopediya*" [*Probability and mathematical statistics: Encyclopaedia*], Bol'shaya Rossijskaya Entsiklopediya, Moscow, 910 p.
2. Pereverzev, E.S. (1990), "*Nadezhnost' i ispytaniya tekhnicheskikh system*" [*Reliability and tests of the technical systems*], Naukova dumka, Kiev, 328 p.
3. Araslanov, A.M. (1987), "*Raschet elementov konstruktsij zadannoj nadezhnosti pri sluchajnykh vozdejstviyakh*" [*Calculation of elements of constructions of the set reliability* at *casual influences*], Mashinostroenie, Moscow, 128 p.
4. Kapur, K. and Lamberson, L. (1980), "*Nadezhnost' i proektirovanie system*" [*Reliability and planning of the systems*], Mir, Moscow, 604 p.
5. Zhluktenko, V.I., Nakonechnyj, S.I. and Savina, S.S. (2001), "*Teorija jmovirnostej i matematychna statystyka. U 2-kh ch. – Ch.II. Matematychna statystyka*" [*Theory of a Probability and mathematical statistics*], KNEU, Kiev, 336 p.
6. Lychev, A.S. (2008), "*Nadezhnost' stroitel'nykh konstruktsij*" [*Reliability of build constructions*], ASV, Moscow, 184 p.
7. Vadzinskij, R.N. (2001), "*Spravochnik po veroyatnostnym raspredeleniyam*" [*Reference book on the probabilistic distributing*], NAUKA, Moscow, 295 p.
8. Dubnitskiy, V.Yu., Skorikova, I.G. and Khodyrev, A.I. (2017), "Optimal'naja approksimacija funkcii plotnosti raspredelenija informacii po kriteriju minimuma poteri informacii" [Optimal approximation of density function by minimum information loss criterion], *Information Processing Systems,* No. 4 (150), pp. 45-51.
9. Gajdyshev, I.P. (2015), "*Modelirovanie stohasticheskih i determinirovannyh sistem: Rukovodstvo pol'zovatelja programmy Atte Stat*" [*Modeling of the stochastic and determined systems: User's of the program Atte Stat guide*], BI, Kurgan, 276 p.
10. Gmurman, V.E. (2001), "*Teorija verojatnostej i matematicheskaja statistika*" [*Theory of Probability and Mathematical Statistics*], Vysshaja shkola, Moscow, 479 p.
11. Ventcel', E.S. (1969), "*Teorija verojatnostej*" [*Theory of Probability*], Nauka, Moscow, 576 p.
12. Singaevskaja, G.I. (2005), "*Funkcii v Excel*" [*Functions of MS Excel*], Dialektika, Kiev, 849 p.
13. Vadzinskij, R. (2008),"*Statisticheskie vychislenija v srede Excel. Biblioteka pol'zovatelja*" [*Statistical calculations are in the environment of MS Excel*], Piter, St. Petersburg, 608 p.
14. Min'ko, A.A. (2004), "*Statisticheskij analiz v MS EXCEL*" [*A statistical analysis is in MS EXCEL*], Vil'jams, Moscow, 448 p.
15. Novickij, P.V. and Zograf, I.A. (1991), "*Ocenka pogreshnostej rezul'tatov izmerenij*" [*Estimate of errors of results of measurings*], Jenergoatomizdat, Leningrad, 304 p.
16. Fedorov, M.V. (2002), "Metod identifikacii form raspredelenij malyh vyborok" [Method of identification of forms of distributing of small selections], *Russian chemical journal*, Vol. XLVI, pp. 9-11.
17. Zhukovsjka, O.A. (2009), "*Osnovy intervaljnogho analizu*" [*Bases of interval analysis*], Osvita Ukrajiny, Kiev, 136 p.
18. Dubnickij, V.Ju., Kobylin, A.M. (2014), "Reshenie obratnoj zadachi interval'nogo analiza poiskovym metodom" [Decision of reverse task of interval analysis a searching method], *Bulletin of Kharkiv National University named after V.N. Karazin Series* "*Mathematical Modeling, Information Technology, Automated Control Systems*", Vol. 1131, pp. 54-72.
19. Dubnitskiy, V.Yu, Kobylin, A.M. and Kobylin, O.A. (2016), "Vychislenie jelementarnyh funkcij s interval'no zadannym argumentom, opredeljonnym v sisteme centr-radius" [Calculation of elementary function values with interval stated argument determined in center-radius system], *Information Processing Systems,* No. 7 (144), pp. 107-121.
20. Kobzar' A.I. (2006), "*Prikladnaja matematicheskaja statistika. Dlja inzhenerov i nauchnyh rabotnikov*" [*Applied mathematical statistics. For engineers and workers of researches*], FIZMATLIT, Moscow, 816 p.
21. Sudakov, R.S. (1975), "*Statisticheskie zadachi otrabotki sistem i tablicy dlja chislovyh raschetov pokazatelej nadezhnosti*" [*Statistical tasks of working off the systems and table for the numerical calculations of reliability indexes*], Vysshaja shkola, Moscow, 604 p.

Надійшла до редколегії 15.01.2018
Схвалена до друку 20.02.2018

Відомості про авторів:

Дубницький Валерій Юрійович
кандидат технічних наук старший науковий співробітник
старший науковий співробітник Харківського навчально-наукового інституту Державного вищого навчального закладу «Університет банківської справи»,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0003-1924-4104
e-mail: dubnitskiy@gmail.com

Кобилін Анатолій Михайлович
кандидат технічних наук доцент
доцент Харківського навчально-наукового інституту Державного вищого навчального закладу «Університет банківської справи»,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0002-8083-0762
e-mail: anatoliy_kam@ukr.net

Information about the authors:

Valeriy Dubnitskiy
Candidate of Technical Sciences Senior Research
Senior Research Associate of
Kharkiv Educational Scientific institute SHEI "University of Banking",
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0003-1924-4104
e-mail: dubnitskiy@gmail.com

Anatoliy Kobylin
Candidate of Technical Sciences Associate Professor
Senior Lecturer of Kharkiv Educational Scientific institute
SHEI "University of Banking",
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-8083-0762
e-mail: anatoliy_kam@ukr.net

Кобилін Олег Анатолійович
кандидат технічних наук доцент
доцент Харківського національного університету радіоелектроніки
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0003-0834-0475
e-mail: oleg.kobylin@gmail.com

Oleg Kobylin
Candidate of Technical Sciences Associate Professor
Senior Lecturer of Kharkiv National University of Radio Electronics
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0003-0834-0475
e-mail: oleg.kobylin@gmail.com

ОЦІНКА НИЖНЬОЇ МЕЖІ НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ, ЩО ФІЗИЧНО РЕАЛІЗОВАНА, В ПРОЦЕСІ ЇЇ ЕСПЛУАТАЦІЇ ПРИ ДОВІЛЬНИХ ЗАКОНАХ РОЗПОДІЛУ УЗАГАЛЬНЕНОГО НАВАНТАЖЕННЯ І МІЦНОСТІ

В.Ю. Дубницький, А.М. Кобилін, О.А. Кобилін

Запропоновано методику оцінки нижньої межі надійності системи, що фізично реалізована, в процесі її експлуатації при довільних законах розподілу узагальненого навантаження і міцності. Для визначення кількості інтервалів гістограм розподілу узагальненої міцності і узагальненого навантаження використано метод, що враховує емпіричний ексцес отриманих розподілів. Запропоновано кожен інтервал отриманих гістограм розглядати як інтервальне число, визначене в класичній формі. Для визначення надійності системи обчислено значення інтервального відношення кожного інтервалу гістограми узагальненого навантаження до кожного інтервалу узагальненої міцності. Надійність системи визначають як нижню межу оцінки частоти тих випадків, при яких ліва межа інтервального відношення більше одиниці. Для варіанту «навантаження розподілене по нормальному закону, міцність – по нормальному закону» виконано розрахунок надійності в аналітичному вигляді. В результаті його порівняння із статистичною оцінкою показано, що для системи, що експлуатується, запропонована методика дає більш обережний результат. Запропонована методика може бути використана від час визначення надійності систем, що експлуатуються в умовах деструктивного впливу зовнішнього середовища.

Ключові слова: *надійність, гістограма, гамма-розподіл, нормальний розподіл,ексцес,інтервальні обчислення.*

ESTIMATING THE SYSTEM LOWER CONFIDENCE LIMIT OF PHYSICALLY REALIZABLE SYSTEM USING NORMALLY DISTRIBUTED AND STATISTICALLY INDEPENDENT LOAD-STRENGTH MODELS

V. Dubnytskyi, A. Kobylin, O. Kobylin

The method of lower confidence limit estimation of physically realizable system using normally distributed and statistically independent load-strength models is offered. To calculate the intervals of the statistically independent load and strength distribution histograms, empirical kurtosis distribution is used. It is suggested to consider each interval of the obtained histograms as a classically calculated interval number. In order to estimate system confidence interval, the ratio level of each interval of generalized load histogram to each interval of generalized strength is calculated. The system confidence interval is estimated by the lower tail of the frequency estimate for those cases where the left boundary of the interval ratio is more than one. For "normally distributed load and strength" version the analytical reliability calculations are performed. As a result of its comparison with the statistical analysis, it is shown that for an operated system the suggested method gives more cautious results. The suggested method can be used to determine the confidence level of a system operating under the conditions of severe environment.

Keywords: *confidence, histogram, Gamma Distribution, normal distribution, kurtosis, interval measurements.*