

# Обробка інформації в складних технічних системах

УДК 621.391

DOI: 10.30748/soi.2019.156.01

П.Ю. Костенко, В.В. Тарнополова, Д.О. Какава

*Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків*

## РОЗДІЛЕННЯ-ВИЯВЛЕННЯ ХАОТИЧНИХ ЗОНДУВАЛЬНИХ СИГНАЛІВ

*Вивчено роздільну здатність хаотичних імпульсних сигналів з безперервним та дискретним часом, породжених динамічною системою, що описується математичною моделлю у вигляді диференціального рівняння Маккея-Гласса і його кінцево-різницеvim наближенням. Змінюючи параметр  $h$  в схемі Рунге-Кутта можна управляти гладкістю отриманого рішення (сигналу), а, отже, і шириною його спектра. Можливість формування хаотичних сигналів з керованою шириною спектра дозволяє їх використовувати в системах локації з високою роздільною здатністю. Показано, яким чином трансформуються фазовий портрет хаотичного імпульсу при варіації параметра  $h$ . Розглядається задача розділення-виявлення хаотичних імпульсів при невідомому часі їх затримки та при різних значеннях “несучих” частот. У роботі авторами проведено статистичне моделювання хаотичних імпульсів і досліджені характеристики кореляційного алгоритму їх розділення-виявлення.*

**Ключові слова:** розділення-виявлення, хаотичні сигнали, схема Рунге-Кутта, рівняння Маккея-Гласса, фазовий портрет.

### Вступ

У практиці радіолокації широке поширення одержали сигнали з кутовою кодовою маніпуляцією гармонійною несучою й з лінійною частотною модуляцією (ЛЧМ). Вони мають відомі переваги в порівнянні із простим радіоімпульсом з погляду роздільної здатності, характеристики якої визначаються їхньою функцією невизначеності (ФН).

У цей час у радіолокаційних системах (РЛС) для кодової маніпуляції гармонійної несучої (кодування фази зондувального сигналу) широко використовуються коди Баркера й послідовності максимальної тривалості.

Коди Баркера є оптимальними кодами. Їхня оптимальність полягає в тому, що амплітуда піка автокореляційної функції рівна  $N$ , а значення бічних пелюсток – 1, де  $N$  – число елементів або довжина коду. Істотним недоліком, що обмежує можливість їх використання для кодування сигналів у потайливих РЛС, є мала довжина коду, тому що дотепер не знайдене кодів Баркера довжиною більш 13 елементів.

Структура послідовностей максимальної тривалості аналогічна структурі випадкових послідовностей і, отже, вони мають необхідні автокореляційні функції. Для їхнього формування використовують генератори на регістрах зрушення з лінійними зворотними зв'язками, які є простими й зручними пристроями.

Прикладом реалізації РЛС із такими зондувальним сигналом, що перебуває в експлуатації, є вітчизняна радіолокаційна система посадки РСР-10МА. У цієї РЛС на малих відстанях (до 3 км) використовуються сигнали з АМ модуляцією, на середніх відстанях сигнали з фазовою маніпуляцією кодом Баркера (від 3 до 10 км), а на більших відстанях (від 10 до 100 км) використовується сигнали з маніпуляцією фази послідовністю максимальної тривалості із числом елементів у коді  $N=42$ .

Незважаючи на важливість цих сигналів, їх ФН має відомі недоліки [2–3]. Тому представляється розумним шукати нові види й методи формування зондувальних сигналів, даючи шанс поліпшити характеристики розв'язної здатності їх ФН. Методи синтезу радіолокаційного сигналу з амплітудною й кутовою маніпуляцією й модуляцією несучого коливання представлені у великій кількості публікацій. Наприклад, у роботах [1–6] у цьому випадку застосовуються багаточлени Чебишева, Лежандра й інші спеціальні функції. Відмінною здатністю таких сигналів є їхня більша база. Такі амбіційні цілі можна досягти завдяки розвитку технологій, наприклад, твердотільних передавачів, здатних генерувати сигнали з великою базою.

Одним з напрямків радіолокації, що розбудовуються в теперішній час, є використання хаотичних зондувальних сигналів. Відома безліч підходів для створення таких сигналів з безперервним і дис-

кретним часом (потокі й каскади) [1–2]. Однак, більшість таких підходів містять істотний недолік, який утрудняє використання таких сигналів у реальних системах радіолокації. Проблема полягає в тому, що для практичного використання необхідні сигнали, спектр яких локалізований у заданих межах по частоті, а формовані хаотичні сигнали, отримані з використання фізичного й математичного хаосу, як правило, не досить локалізовані в частотній області.

Важливо відзначити, що застосування математичного хаосу для конструювання хаотичних сигналів з дискретним часом (каскадів) обмежується їхнім використанням у телекомунікаційних мережах. В інформаційно-вимірвальних радіотехнічних системах (РТС) використовується фізичний хаос [5], який генерується динамічною системою безупинно в часі безпосередньо в радіо- або СВЧ-діапазоні довжин хвиль (прямохаотичні схеми). При цьому інформація витягується з хаотичної несучої в області високих або надвисоких частот. У цей час прямохаотичні РТС працюють на відносно невеликих відстанях, в основному, усередині приміщень і використовуються для розв'язку завдань близької локації.

У якості джерел хаотичних сигналів розглядають динамічні системи, які описуються математичною моделлю у вигляді диференціального рівняння першого порядку із запізнюванням, наприклад, рівняння Маккея-Гласса, Ікеди [5] і генератори із запізнілою зворотним зв'язком [6], які стали еталонами систем із запізнюванням. Шляхом чисельного розв'язку рівнянь зазначених систем на ЕОМ можна одержувати гарні наближення до безперервних хаотичних коливань, починаючи з деякого максимально припустимого кроку  $h_0$  дискретизації. Наприклад, використовуючи для цього схему Рунге-Кутта 4 порядку для відрізка, на якому шукається розв'язок диференціального рівняння. У той же час вибір кроку  $h > h_0$  приводить до малих помилок, що з'явилися на початку обчислень, які можуть зовсім спотворити розв'язок. Це явище іноді називають “нестійкістю”. Нестійкість проявляється в катастрофічному наростанні погрішності розв'язку аж до виникнення паразитних осциляцій кривої розв'язку. У цьому випадку різницева схема для диференціального рівняння Маккея-Гласса можна використовувати як дискретне відображення, формуюче хаотичні тимчасові ряди.

Змінюючи параметр  $h$  у схемі Рунге-Кутта можна управляти гладкістю отриманого розв'язку (сигналу), а, отже, і шириною його спектра. Можливість формування хаотичних сигналів з керованою шириною спектра представляється досить актуальним завданням.

**Метою даної роботи** є дослідження роздільної здатності локаційних систем, що використовують хаотичні зондувальні сигнали з безперервним і дискретним часом, що сформовані динамічною систе-

мою, яка описується рівнянням Маккея-Гласса і його кінцево-різницевою наближенням.

## Виклад основного матеріалу

Розглянемо динамічну систему с запізнюванням, яка описується рівнянням Маккея-Гласса:

$$\dot{f}(t) = -bf'(t) + \frac{af(t-\tau)}{1+(f(t-\tau))^{10}}, \quad (1)$$

с параметрами:  $a=0,2$ ;  $b=0,1$ ,  $\tau=100$  забезпечують хаотичний режим коливань і його кінцево-різницевою наближення схемою Рунге-Кутта четвертого порядку. Вибором кроку  $h$  дискретизації на відрізку  $[a, b]$ , на якому шукається розв'язок диференціального рівняння, можна одержувати  $N$ -точкові апроксимації гладких розв'язків, властивих потоковій динамічній системі із затримкою, і хаотичні послідовності, відповідні до каскадної системи, описуваної дискретним відображенням породженим різницевою схемою для диференціального рівняння Маккея-Гласса

$$f_{n+1} = f_n + h\Phi_g(h, t_n, f_n), \quad (2)$$

де  $g(\cdot)$  – права частина рівняння Маккея-Гласса;  $\Phi_g$  – відома функція наближеного значення розв'язку  $f_n$  рівняння (1) у вузловій точці  $t_n$  й кроку дискретизації  $h$ . Його значення вибирається таким чином, щоб ускладнити траєкторію поведінки послідовності  $\{f(t_n)\}_{n=1}^N$  на фазовій площині  $(f_{n+1}, f_n)$ , а не забезпечити необхідну точність розв'язку рівняння (1) чисельними методами зі збереженням його гладкості (диференційованості). При цьому значення послідовності  $\{f(t_n)\}_{n=1}^N$  не є розв'язком  $f(t, i(t))$  диференціального рівняння Маккея-Гласса у вузлових точках  $\{t_n\}$ . Слід зазначити, що не для всіх значень параметра  $h$  більших одиниці послідовність демонструє хаотичну поведінку.

Не знижуючи спільності викладу, конкретизуємо вид відображення. Будемо вважати значення послідовності результатом дії дискретного відображення, породженого чисельною схемою (методом) Рунге-Кутта четвертого порядку, побудованою для розв'язку рівняння Маккея-Гласса:

$$f_{n+1} = f_n + h \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (3)$$

де

$$k_1 = g(f_n), \quad k_2 = g\left(f_n + \frac{1}{2}k_1\right), \quad k_3 = g\left(f_n + \frac{1}{2}k_2\right), \\ k_4 = g(f_n + k_3).$$

На рис. 1 показана автокореляційна функція послідовності  $\{f_k\}_{k=1}^N$  для параметру каскаду:  $h = 20$ .

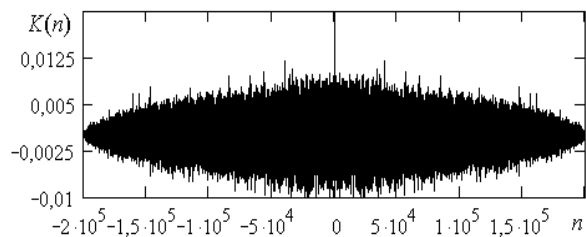


Рис. 1. Автокореляційна функція

послідовності  $\{f_k\}_{k=1}^N$

Легко перевірити, що при кроці  $h$  меншому одиниці й у міру його зменшення одержуємо розв'язок  $f(t, i(t))$  рівняння Маккея-Гласса і його похідну  $\dot{f}(t, i(t))$  у вигляді гладких функцій (із гладкою апроксимацією між їхніми значеннями у вузлових точках  $\{t_n\}$ ), які утворюють регулярну траєкторію на фазовій площині.

Слід зазначити, що на відміну від динамічних змінних  $f(t)$  і  $\dot{f}(t)$ , які зв'язані один з одним не тільки функціонально (1), але й за допомогою диференціального або інтегрального операторів, між змінними  $f_n$  й  $\dot{f}_n$  існує тільки функціональний зв'язок. Відмова від властивості гладкості при переході від потокової системи до каскаду дозволяє ускладнити траєкторію стану системи у фазовому просторі. У той же час, як відзначалося вище, для передачі хаотичного сигналу по радіоканалу необхідно хаотичну послідовність перетворити в безперервне хаотичне коливання. Послідовність можна трактувати як результат дискретизації по Шенону-Котельникову аналогового процесу зі спектром у діапазоні від 0 до деякої верхньої граничної частоти  $f_B = F$ . Тоді з дискретної послідовності можна сформулювати за допомогою ЦАП як безперервні широко-смугові, так і смугові радіосигнали, використовуючи, наприклад, інтерполяцію Шенона-Котельникова.

У зв'язку з розвитком цифрових методів формування й обробки сигналів з'явилася можливість перетворювати дискретні хаотичні сигнали в безперервні широко-смугові й смугові хаотичних сигнали, використовуючи для цього цифроаналогові перетворювачі (ЦАП), які серійно випускаються з різним ступенем інтеграції.

Для часового узгодження із ЦАП хаотична послідовність надходить в інтерполятор, який перетворить її в аналоговий сигнал, що займає задану смугу частот у діапазоні від 0 до деякої верхньої граничної частоти  $f_B = F$ . Коли верхня границя спек-

ра перевищує нижню границю у два рази, тобто  $f_B = 2f_n$ , одержуємо широко-смуговий радіосигнал з безперервним спектром шириною більш однієї октави. Іноді сигнал вважається широко-смуговим, якщо ширина спектра становить близько 1/10 від частоти, на якій передається сигнал. При більш вузькому спектрі сигнал можна вважати вузько-смуговим, при більш широкому – над-смуговим. Далі сигнал надходить у передавач – аналоговий блок, який здійснює посилення сигналу, що й реалізує інтерфейс із каналом зв'язку (антенна система для радіоканалу). У процесі проходження модульованого сигналу через канал зв'язку сигнал зазнає впливу від шумів та перешкод. Перекручений сигнал надходить на вхід приймача. При санкціонованому доступі приймання такого сигналу можна виконати відомими методами статистичної обробки спостережень [6].

Якщо вибирати компромісні значення параметра  $h$  (не дуже маленькі й не дуже великі), то можна одержувати досить гладкі розв'язки рівняння (1) смугові коливання, що демонструють хаотичні широко-смугові та які можна генерувати без використання ЦАП.

Чисельний розв'язок різницевого рівняння Маккея-Гласса зручно представити у вигляді, звичному для коливальних процесів:

$$u_n = \text{Re}(\dot{A}_n e^{j\omega n}) = A_n \cos(\psi_n + \omega n),$$

де  $n$  – дискретний час,  $\psi_n = \arg(\dot{A}_n)$ ,  $A_n = |\dot{A}_n|$ ,  $\dot{A}_n = f_n + jH_n(f_0, f_1, \dots, f_{N-1})$ ,  $\omega$  – “несуча” частота,  $H(\cdot)$  – дискретне перетворення Гільберта.

Реалізації хаотичного імпульсу з прямокутною огинаючою для  $\omega = 0$  й  $\omega = 0.3$  показані на рис. 2, та їх спектри – на рис. 3.

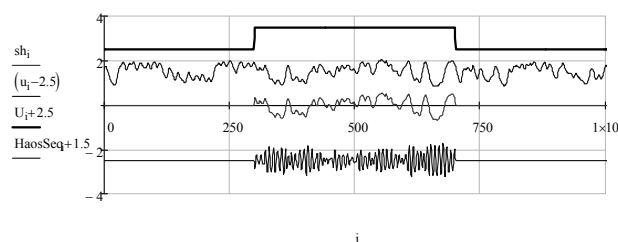


Рис. 2. Реалізації хаотичного імпульсу з прямокутною огинаючою для  $\omega = 0$  й  $\omega = 0.3$

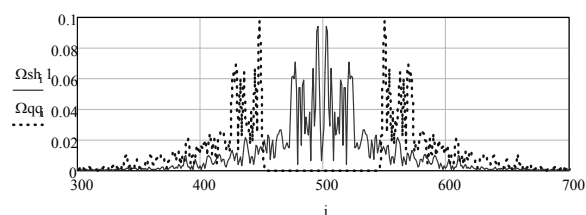


Рис. 3. Спектр реалізації хаотичного імпульсу з прямокутною огинаючою для  $\omega = 0$  й  $\omega = 0.3$

Важливо відзначити одну принципову обставину, пов'язану з перетворенням дискретного хаотичного сигналу в аналоговий. Аналоговий сигнал має компактний спектр, а його атрактор проявляє більшу структурованість, ніж атрактор дискретного хаотичного сигналу й представляється безперервною фазовою траєкторією.

На рис. 4 показані фазові траєкторії безперервного хаотичного радіоімпульсу відповідно для  $\omega = 0$  й  $\omega = 0.3$ .

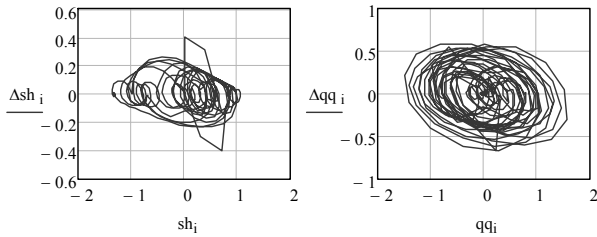


Рис. 4. Фазові траєкторії безперервного хаотичного радіоімпульсу відповідно для  $\omega = 0$  й  $\omega = 0.3$

Роздільну здатність хаотичних імпульсів будемо оцінювати тією мінімальною різницею в параметрах сигналів (затримках), при якій можливо певне роздільне виявлення сигналів і оцінка їх параметрів.

На практиці більшість ситуацій зводиться до розділу двох сигналів (цілей), з невизначеним часом приходу. В цьому випадку передбачається, що є два сигнали  $s_1(t)$  та  $s_2(t)$ , які приходять в певні моменти часу  $s(t - \tau_{s1})$  і  $s(t - \tau_{s2})$  протягом інтервалу спостереження  $t \in (0, T)$ , при цьому будемо вважати що  $\tau_{s2} > \tau_{s1}$ . Спостережувана суміш сигналів та білого гаусівського шуму  $n(t)$  на вході приймача представляється у вигляді

$$u(t) = \theta_1 s_1(t - \tau_{s1}) + \theta_2 s_2(t - \tau_{s2}) + n(t), \quad (4)$$

де  $\theta_1, \theta_2$  – незалежні випадкові величини, які можуть приймати значення 0 і 1; сигнали вважаємо повністю відомими функціями часу, а їх енергії однакові та дорівнюють  $E_s$ . Але якщо час приходу близької пари сигналів невідомий, потрібно знайти метод визначення цього часу. При цьому потрібно врахувати шум, що утруднює розділення двох сигналів або виявлення слабого сигналу в присутності сильного.

Далі будемо спиратися на стратегію максимальної правдоподібності при розділі двох хаотичних сигналів. У процесі розділу двох сигналів одночасно вирішується завдання їх виявлення та оцінки невідомих затримок.

Завдання оптимального розділу полягає в оцінці параметрів  $\theta_1$  і  $\theta_2$ , що забезпечує максимум функціонала правдоподібності.

Вирішуючи систему рівнянь максимальної правдоподібності щодо невідомих параметрів  $\theta_1$  і  $\theta_2$ , можна одержати їхні оцінки  $\hat{\theta}_1$  й  $\hat{\theta}_2$  у явному виді:

$$\hat{\theta}_1(\tau_1, \tau_2) = \frac{\int_0^T u(t)[s(t - \tau_1) - \rho_{12}(\tau_1, \tau_2)s(t - \tau_2)]dt}{E_s(1 - \rho_{12}(\tau_1, \tau_2)^2)}, \quad (5)$$

$$\hat{\theta}_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{\int_0^T u(t)[s(t - \tau_2) - \rho_{12}(\tau_1, \tau_2)s(t - \tau_1)]dt}{E_s(1 - \rho_{12}(\tau_1, \tau_2)^2)}, \quad (6)$$

де  $\rho_{12} = \int_0^T s_1(t)s_2(t)dt$  – коефіцієнт взаємної кореляції сигналів, який залежить від різниці  $(\tau_1 - \tau_2)$  затримок.

Приймач, що реалізує алгоритми (5–6), складається із двох каналів, що включають корелятори або погоджені фільтри.

Значення сигналів на виході кореляторів порівнюються із граничними рівнями  $I_{(2)}$  у порогових пристроях. При відсутності кореляції між сигналами ( $\rho_{12} = 0$ ) кожний з каналів перетворюється в оптимальний виявлювач одиночного сигналу.

При перевищенні порогу тільки в першому каналі, ухвалюється рішення, що є один сигнал  $s_1$ ; перевищення порога в другому каналі вказує на те, що є тільки сигнал  $s_2$ ; перевищення порогів одночасно в обох каналах свідчить про присутність обох сигналів.

Фіксуючи значення ймовірності хибної тривоги  $F$ , можна при заданій величині відносини сигнал/шум  $q^2 = 2E_s/N_0$  побудувати залежності ймовірності правильного виявлення  $P_{np}(\tau_1, \tau_2)$  в діапазоні можливих значень параметрів  $\tau_1$  і  $\tau_2$ .

Така характеристика, при різних значеннях  $q$ , дозволяє визначити ймовірності виявлення кожного із двох сигналів залежно від значень їх затримок. Значення затримок, при яких ймовірності виявлення сигналів максимальні, можуть бути прийняті в якості оцінок дійсних значень затримок сигналів.

#### Моделювання процесу розділення-виявлення хаотичних сигналів

Моделювання процесів виявлення відбитих сигналів у хаотичних РЛС проводилося стосовно до кореляційної обробки сигналів в середовищі математичного редактора Mathcad. Зондувальний сигнал моделювався тривалістю в  $\tau_c = 400$  відліків і спостерігався на протязі часу  $T$ , який дорівнював  $N = 1400$  відліків. Відстань між відбитими імпульсами дорівнювала 100 відлікам, що відповідає накладенню 300 відліків другого відбитого імпульсу на

перший (3/4 від тривалості хаотичного імпульсу). Результати моделювання зондуєчих сигналів показані на рис. 5.

Для заданого відношення сигнал/шум  $q_{вх} = \sigma_{sh}^2 / \sigma_n^2 = 0.242$  на вході приймача така характеристика для оцінки  $\hat{\theta}_1$  у вигляді 3D графіка представлена на рис. 5 для  $h = 12.2$ .

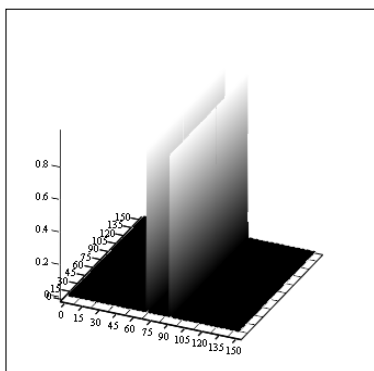


Рис. 5. Імовірність виявлення зондувальних сигналів при  $q=14,6$  дБ

Це зображення відповідає алгоритму оцінки  $\hat{\theta}_1(\tau_1, \tau_2)$ . По осях  $X, Y$  відкладені значення номерів відліків часових запізнювань  $\tau_1$  і  $\tau_2$ . По осі  $Z$  імовірність  $P_{np}(\tau_1, \tau_2)$  виявлення відбитих сигналів  $s_1(t)$  і  $s_2(t)$ . Максимальні значення оцінок ймовірностей правильного виявлення  $\hat{P}_1 = 1$  й  $\hat{P}_2 = 1$  мають вигляд двох гребнів, які майже не змінюються вздовж осі  $Y(\tau_2)$ , що обумовлено малим значенням коефіцієнта  $\hat{\rho}_{12} = 0.07$ . Вони відстоять один від одного на 100 відліків та відповідають оцінкам запізнювань  $\hat{\tau}_1 = 70\Delta = 350$  і  $\hat{\tau}_2 = 90\Delta = 450$ , де  $\Delta = 5$ , які збігаються з їхніми реальними значеннями. Таким чином, в цьому випадку, не зважаючи на значне перекриття відбитих сигналів, вони впевнено розділяються. При цьому оцінки затримок не залежать одна від одної.

При розрахунку ймовірності виявлення сигналів задавалися інтенсивності  $\sigma_{sh}^2$  хаотичного сигналу та внутрішніх шумів  $\sigma_n^2$ . Пороги виявлення  $l_{(2)}$  встановлювались за критерієм Неймана-Пірсона, коли у відсутності сигналу імовірність перевищення порогового значення не перевищувала імовірність хибних рішень  $F = 10^{-4}$ . Всі оцінки отримані за результатами  $M_n = 100$  незалежних реалізацій шуму, що забезпечило точність статистичного експерименту порядку 10%. Імовірність виявлення для кожного з відбитих сигналів визначалася як відно-

шення числа виявлень до загальної кількості реалізацій шуму.

Відношення сигнал-шум визначалось по формулі  $q = q_0 + 10 \log N$ , на момент прийняття рішення щодо розділення сигналів, тобто на виході алгоритму обробки після  $N$  відліків спостереження  $u(t)$ , де  $q_0$  – відношення сигнал-шум для одного сигналу у спостереженні. Це відношення  $q_0 = \sigma_{sh} / \sigma_n$  задавалось як відношення середньоквадратичного значення  $\sigma_{sh}$  хаотичного сигналу до середньоквадратичного значення  $\sigma_n$  шуму. Характеристики розділу сигналів показують, що з відхиленням затримок від їхніх дійсних значень надійність розділу двох сигналів суттєво зменшується. Слід зауважити, що значення коефіцієнта взаємної кореляції  $\rho_{12}$  може бути оцінено за спостереженням  $u = s + n$  на фоні шуму  $n$  сукупності відбитих сигналів  $s$ , заданих у векторній формі з використанням наступного виразу:

$$\hat{\rho}_{12} = \frac{(\mathbf{u}, \mathbf{u})2^{-1} - (s, s) - (n - \langle n \rangle, n - \langle n \rangle)2^{-1} - (\mathbf{u}, \mathbf{n})}{(s, s)},$$

де символом  $(\cdot)$  позначено скалярний добуток, а символом  $\langle \cdot \rangle$  – математичне очікування.

Запропонована оцінка коефіцієнта взаємної кореляції  $\hat{\rho}_{12} = -0.224$  несуттєво відрізняється від його значення  $\rho_{12} = -0.221$  у відсутності шуму і відповідає значенню  $q_0^2 = 0.122$  або  $q_0^2 = -4,56$  дБ.

При цьому після обробки сигналу відношення сигнал-шум має значення  $q = \sqrt{\frac{2E_s \cdot 2\pi}{\sigma_n^2 \hat{\tau}_n}} = 19,735$  (12,95

дБ). В цьому виразі  $\hat{\tau}_n = (lcorr(\mathbf{n}, \mathbf{n}), lcorr(\mathbf{n}, \mathbf{n}))$  – оцінка інтервалу кореляції шуму визначається як скалярний добуток  $(\mathbf{y}, \mathbf{x})$  автокореляційних функцій  $lcorr(\mathbf{n}, \mathbf{n})$  шуму.

На рис. 6 представлено 3D зображення імовірності  $P_{np}(\tau_1, \tau_2)$  виявлення відбитих сигналів у випадку, коли параметр, що регулює “гладкість” та ширину спектру сигналу, має значення  $h = 2.2$ .

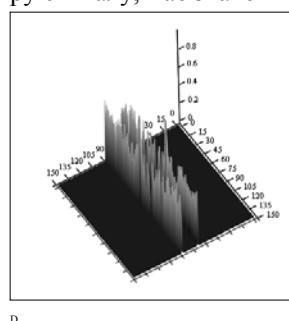


Рис. 6. Імовірність  $P_{np}(\tau_1, \tau_2)$  виявлення відбитих сигналів при  $h = 2.2$  та  $\omega = 0$

Порівняльний аналіз цих зображень (див. рис. 5) показує, що при рівних показниках якості розділення двох сигналів, у випадку коли параметр  $h = 2.2$ , ще спостерігаються два піки з ймовірностями близькими до одиниці. В той же час, в інших точках гребнів значення ймовірностей  $P_{np}(\tau_1, \tau_2)$  зменшуються та залежать від параметрів затримки  $(\tau_1, \tau_2)$ , які не забезпечують роздільну здатність двох хаотичних сигналів. Це є наслідком збільшення коефіцієнта кореляції  $\hat{\rho}_{12} = -0.224$  між затриманими хаотичними сигналами, який впливає на ймовірність  $P_{np}(\tau_1, \tau_2)$  виявлення відбитих сигналів.

Такі саме зображення ймовірності  $P_{np}(\tau_1, \tau_2)$  були отримані для зонduючого сигналу з частотою  $\omega = 0,7$ . Ймовірність  $P_{np}(\tau_1, \tau_2)$ , яка отримана при використанні оцінки параметру  $\theta_1$  у вигляді (5), показана на рис. 7.

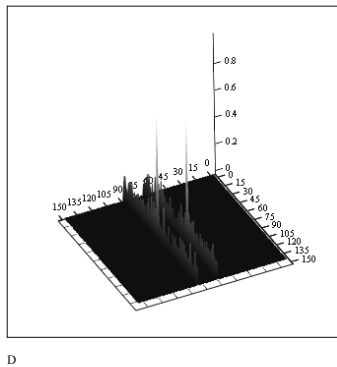


Рис. 7. Залежність ймовірностей  $P_{np}(\tau_1, \tau_2)$  виявлення двох сигналів від параметрів їх затримки  $(\tau_1, \tau_2)$  при  $\omega = 0,7$

В цьому випадку маємо максимальну ймовірність  $P_{np,max}(70\Delta, 90\Delta) = 1$ , яка досягається у точках  $(350, 450)$ . Ці точки співпадають з істинними значеннями затримок двох зонduючих сигналів. При використанні оцінки параметру  $\theta_2$  другого затриманого сигналу у вигляді (6) максимальна ймовірність досягає рівня  $P_{np,max}(90\Delta, 70\Delta) = 0,961$ . Якщо цієї ймовірності достатньо для виявлення другого затриманого сигналу, то можна вважати, що перший та другий затримані сигнали розділяються. Не зважаючи на те, що затримки сигналів оцінюються вірно, ймовірність їх виявлення може не задовольняти тактичним вимогам.

Розглянемо випадок, коли один сигнал відділений від іншого невідомим інтервалом часу. Цей випадок може виникнути, коли наприклад, перша з цілей очікується на відомій відстані, а друга – на невідомій відстані від неї. Крім того, сигнали частково перекриваються.

На рис. 8–10 зображені ймовірності правильного виявлення  $P_1$  першого та другого  $P_2$  сигналів в окремих каналах в залежності від очікуваного значення інтервалу часу затримки між ними. Ці ймовірності розраховані для різних відношень сигнал/шум  $q$ , при енергії сигналу  $E_s = 77,655$ . Відповідні параметри шуму  $\sigma_n$  та порогу  $l_n$  прийняття рішення мали наступні значення:

1.  $q = 0.1$ ,  $\sigma_n = 9.269$ ,  $l_n = 16.536$ .
2.  $q = 1.0$ ,  $\sigma_n = 2.931$ ,  $l_n = 8.812$ .
3.  $q = 1.5$ ,  $\sigma_n = 2.393$ ,  $l_n = 7.195$ .

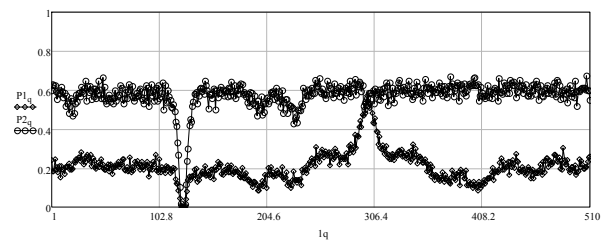


Рис. 8. Ймовірності правильного виявлення  $P_1$  першого та другого  $P_2$  сигналів в окремих каналах при  $q = 0.1$

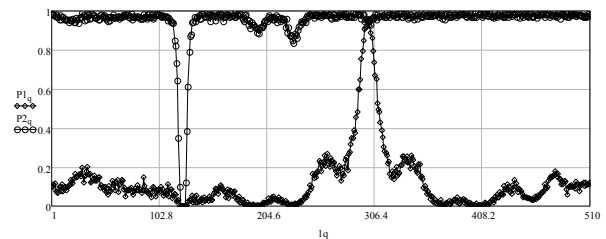


Рис. 9. Ймовірності правильного виявлення  $P_1$  першого та другого  $P_2$  сигналів в окремих каналах при  $q = 1.0$

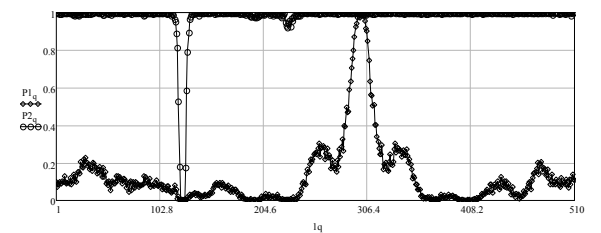


Рис. 10. Ймовірності правильного виявлення  $P_1$  першого та другого  $P_2$  сигналів в окремих каналах при  $q = 1.5$

Слід зазначити, що при збільшенні параметру  $q$  збільшується ймовірність правильного виявлення сигналів. В той же час навіть при невеликому значенні параметра  $q=0,5$  найбільша ймовірність  $P_2$  виявлення сигналу з невідомою затримкою віднос-

ного відомого сигналу відповідала істинному значенню цієї затримки.

При  $q = 1.5$  кожний з сигналів виявляється з імовірністю  $P_{1,2} = 1$ , яка забезпечує їх розділення.

## Висновки

Запропоновано хаотичні імпульсні сигнали з безперервним та дискретним часом, з керованою смугою спектру. Проведено аналіз роздільної здат-

ності по затримці двох хаотичних імпульсних сигналів. В якості критерію роздільної здатності використана ймовірність виявлення двох імпульсів з невідомими затримками у апіорі можливому їх діапазоні. Показано, що хаотичні імпульси можна розділяти та з високою імовірністю надавати достовірні оцінки їх затримки, в тому числі і у випадку їх значного перекриття.

## Список літератури

1. Target Detection and Ranging through Lossy Media using Chaotic Radar / Bingjie Wang, Hang Xu, Peng Yang, Li Liu, Jingxia Li // *Entropy*. – 2015. – No. 17. – P. 2082-2093. <https://doi.org/10.3390/e17042082>.
2. Yang Q. A Signal Model Based on Combination Chaotic Map for Noise Radar / Q. Yang, Y. Zhang, X. Gu // *Progress in Electromagnetics Research M*. – 2013. – Vol. 28. – P. 57-71. <https://doi.org/10.2528/PIERM12111707>.
3. Chaotic signal reconstruction with application to noise radar system / Lidong Liu, Jinfeng Hu, Zishu He, Chunlin Han, Huiyong Li, Jun Li // *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. – 2011. – 2011:2. <https://doi.org/10.1186/1687-6180-2011-2>.
4. Pappu Chandra S. Chaotic Oscillators for Wideband Radar Signal Processing / S. Chandra Pappu, Benjamin C. Flores // *Proceedings of the 4th International Conference on Applications in Nonlinear Dynamics (ICAND 2016), Lecture Notes in Networks and Systems*. – 2016. – 6. – P. 161-176. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-52621-8\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-319-52621-8_15).
5. Reinhard Heckel. Super-resolution radar / Reinhard Heckel, Veniamin I. Morgenshtern, Mahdi Soltanolkotabi // *Information and Inference: A Journal of the IMA*. – March 2016. – Vol. 5. – Issue 1. – P. 22-75. <https://doi.org/10.1093/imaiai/iaw001>.
6. Kostenko P.Yu. Use of discrete mapping derived from difference scheme of McKay-Glass differential equation for stealth transmission in binary message / P.Yu. Kostenko, A.N. Barsukov // *Radioelectronics and Communications Systems*. – March 2009. – Vol. 52. – Issue 3. – P. 137-141. <https://doi.org/10.3103/S0735272709030042>.
7. Kostenko P.Yu. Stealthiness of analytical chaotic signals / P.Yu. Kostenko, V.V. Slobodyanuk, A.N. Barsukov // *Radioelectronics and Communications Systems*. – 2017. – Vol. 60. – Issue 3. – P. 132-140. <https://doi.org/10.3103/S0735272717030050>.
8. Wong K.M. Detection of low probability of intercept radar signals / K.M. Wong, T. Davidson, S. Abdelkader // *DRDC Ottawa CR 2009-142; Defence R&D Canada – Ottawa, September 2009*.

## References

1. Bingjie Wang, Hang Xu, Peng Yang, Li Liu and Jingxia Li (2015), Target Detection and Ranging through Lossy Media using Chaotic Radar, *Entropy*, No. 17, pp. 2082-2093. <https://doi.org/10.3390/e17042082>.
2. Yang, Q., Zhang, Y. and Gu, X. (2013), A Signal Model Based on Combination Chaotic Map for Noise Radar, *Progress in Electromagnetics Research M*, Vol. 28, pp. 57-71. <https://doi.org/10.2528/PIERM12111707>.
3. Lidong Liu, Jinfeng Hu, Zishu He, Chunlin Han, Huiyong Li and Jun Li (2011), Chaotic signal reconstruction with application to noise radar system, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2011:2. <https://doi.org/10.1186/1687-6180-2011-2>.
4. Pappu, S. Chandra and Flores, Benjamin C. (2016), Chaotic Oscillators for Wideband Radar Signal Processing, *Proceedings of the 4th International Conference on Applications in Nonlinear Dynamics (ICAND 2016)*, Vol. 6, pp. 161-176. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-52621-8\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-319-52621-8_15).
5. Hecke, Reinhard, Morgenshtern, Veniamin I. and Soltanolkotabi, Mahdi (2016), Super-resolution radar, *Information and Inference: A Journal of the IMA*, Vol. 5, Issue 1, pp. 22-75. <https://doi.org/10.1093/imaiai/iaw001>.
6. Kostenko, P.Yu. and Barsukov, A.N. (2009), Use of discrete mapping derived from difference scheme of McKay-Glass differential equation for stealth transmission in binary message, *Radioelectronics and Communications Systems*, Vol. 52, Issue 3, pp. 137-141. <https://doi.org/10.3103/S0735272709030042>.
7. Kostenko, P.Yu., Slobodyanuk, V.V. and Barsukov, A.N. (2017), Stealthiness of analytical chaotic signals, *Radioelectronics and Communications Systems*, Vol. 60, Issue 3, pp. 132-140. <https://doi.org/10.3103/S0735272717030050>.
8. Wong, K.M., Davidson, T. and Abdelkader, S. (2009), Detection of low probability of intercept radar signals, *Defence R&D Canada – Ottawa*, 38 p.

Надійшла до редколегії 4.02.2019

Схвалена до друку 19.02.2019

**Відомості про авторів:****Костенко Павло Юрійович**

доктор технічних наук професор  
професор кафедри Харківського національного  
університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,  
Харків, Україна  
<http://orcid.org/0000-0002-3382-0684>

**Тарнополова Вікторія Вікторівна**

курсант Харківського національного  
університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,  
Харків, Україна  
<https://orcid.org/0000-0002-6988-5084>

**Какава Дмитро Олексійович**

курсант Харківського національного  
університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,  
Харків, Україна  
<https://orcid.org/0000-0002-9928-9865>

**Information about the authors:****Pavel Kostenko**

Doctor of Technical Sciences Professor  
Professor of Ivan Kozhedub Kharkiv  
National Air Force University,  
Kharkiv, Ukraine  
<http://orcid.org/0000-0002-3382-0684>

**Viktoriia Tarnopolova**

Cadet of Ivan Kozhedub Kharkiv  
National Air Force University,  
Kharkiv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0002-6988-5084>

**Dmytro Kakava**

Cadet of Ivan Kozhedub Kharkiv  
National Air Force University,  
Kharkiv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0002-9928-9865>

**РАЗРЕШЕНИЕ-ОБНАРУЖЕНИЕ ХАОТИЧЕСКИХ ЗОНДИРУЮЩИХ СИГНАЛОВ**

П.Ю. Костенко, В.В. Тарнополова, Д.А. Какава

*Изучена разрешающая способность хаотических импульсных сигналов с непрерывным и дискретным временем, порожденных динамической системой, описываемой математической моделью в виде дифференциального уравнения Маккея-Гласса и его конечно-разностным приближением. Изменяя параметр  $h$  в схеме Рунге-Кутты можно управлять гладкостью полученного решения (сигнала), а, следовательно, и шириной его спектра. Возможность формирования хаотических сигналов с управляемой шириной спектра позволяет их использовать в системах локации с высокой разрешающей способностью. Показано, каким образом трансформируется фазовый портрет хаотического импульса при вариации параметра  $h$ . Рассматривается задача разрешения- обнаружения хаотических импульсов при неизвестных временах их задержек. При различных значениях “несущих” частот. В работе авторами проведено статистическое моделирование хаотических импульсов и исследованы характеристики корреляционного алгоритма их разрешения-обнаружения.*

**Ключевые слова:** разрешение-обнаружение, хаотические сигналы, схема Рунге-Кутты, уравнение Маккея-Гласса, фазовый портрет.

**PERMISSION-DETECTION OF CHAOTIC PROBING SIGNALS**

P. Kostenko, V. Tarnapolova, D. Kakava

*It was studied the resolution of chaotic pulsed signals with continuous and discrete time generated by a dynamic system described by a mathematical model in the form of the Mackay-Glass differential equation and its finite-difference approximation. By changing the parameter  $h$  in the Runge-Kutt scheme, one can control the smoothness of the obtained solution (signal), and, consequently, the width of its spectrum. The possibility of forming chaotic signals with a controlled width of the spectrum allows their use in location systems with high resolution. It is shown how the phase portrait of a chaotic pulse is transformed when the parameter  $h$  is varied. The problem of resolving the detection of chaotic pulses at unknown times of their delays is considered. With different values of “carrier” frequencies. When dividing two chaotic signals, the strategy of maximum likelihood is used. In the process of separating the two signals simultaneously solves the problem of their detection and evaluation of unknown delays. A case is considered when one signal is permission from another unknown interval of time. This case may occur when, for example, the first goal is expected at a known distance, and the second, at an unknown distance from it. In addition, signals partially overlap. As a criterion of resolution, the probability of detecting two pulses with unknown latencies is used a priori in their possible range. It is shown that chaotic pulses can be divided and it is highly probable to give reliable estimates of their delay, including in the event of their significant overlap. The results of the simulation showed that even with a small value of the signal to noise ratio  $q = 0.5$ , the greatest probability of detecting the signal from the unknown the delay of the relative known signal corresponded to the true value of this delay. In this paper, the authors carried out a statistical simulation of chaotic pulses and were investigated the characteristics of the correlation algorithm for their permission--detection.*

**Keywords:** permission - detection, chaotic signals, Runge-Kutt scheme, Mackey-Glass equation, phase portrait.