УДК 621.324

Д.Е. Двухглавов[1], Ю.А. Гусак[2], С.І. Клівець[1]

[1]*Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба*
[2]*Генеральний штаб ЗС України, Київ*

МІНІМІЗАЦІЯ ЗАТРИМКИ ТРАНЗАКЦІЙ ПРИ ПАРАЛЕЛЬНІЙ ОБРОБЦІ ЗАПИТІВ

Запропоновано підхід до аналізу пропускної здатності транзакцій у середовищі функціонування паралельних баз даних при використанні різних типів архітектур базової обчислювальної мереж з метою мінімізації затримки транзакціїї.

транзакція, паралельні бази даних, мінімізація, пропускна здатність, архітектура системи

ВЯтуп

Технологія паралельних баз даних дозволяє множині процесорів розділяти доступ до єдиної бази даних [1, 2]. Розподіл завдань по множині процесорних ресурсів та паралельне їх використання дозволяє досягти більш високого рівня пропускної спроможності транзакцій, які дозволяють підтримувати велику кількість одночасно працюючих користувачів та прискорити виконання складних запитів [3]. Існують три різні архітектури, що підтримують паралельні бази даних [4].

1. *Симетрична багатопроцесорна архітектура із загальною пам‘яттю* SMA (Shared Memory SMP Architecture). Ця архітектура підтримує єдину базу даних, що працює на багатопроцесорному серверові під управлінням однієї процесорної системи. Збільшення продуктивності таких систем забезпечується нарощуванням числа процесорів, пристроїв оперативної та зовнішньої пам‘яті.

2. *Архітектура із загальними (розподіленими) дисками* SDA (Shared Disk Architecture). Це типовий випадок побудови кластерної системи. Ця архітектура підтримує єдину базу даних при роботі з де-

кількома комп‘ютерами, об‘єднаними в кластер. Продуктивність таких систем може збільшуватись, як шляхом нарощування числа процесорів та об‘ємів оперативної пам‘яті у кожному вузлі кластера, так і за допомогою збільшення кількості самих вузлів.

3. *Архітектура баз розподілення ресурсів* SNA (Shared Nothing Architecture). Як і в архітектурі з загальними дисками, в цій архітектурі підтримується єдиний образ бази даних при роботі з декількома комп‘ютерами, що працюють під управлінням своїх копій операційних систем. Однак, в цій архітектурі кожний вузол системи має свою оперативну пам‘ять та особисті диски, які не розподіляються поміж окремими вузлами системи.

Метою даної статі є вибір такої архітектури та знаходження такого розподілу баз даних в мережному середовищі, при якому затримка проходження трансакції буде мінімальною.

1. Формалізація процесу вибору мережного середовища

Розглядаючи процес обробки транзакцій баз даних для запропонованих варіантів архітектури мережі, як цілого, з кінцевим числом вимог, постійним для всієї мережі, а при функціонуванні перерозподіленого у підсистемах відповідно до запропонованої архітектури, можна для його аналізу застосувати апарат замкнених мереж масового обслуговування.

При цьому обов‘язково повинні виконуватися наступні умови: $r_{io} = r_{jo} = 0$, $i = \overline{0, m}$, $j = \overline{0, m}$, де r_{io}, r_{jo} – ймовірність виходу відповідних вимог із системи, яка містить m підсистем, матриця передач даних має розмірність $m \times m$ та інтенсивність середнього сумарного потоку на вході будь-якої підсистеми дорівнює середній сумарній інтенсивності вихідного потоку з даної підсистеми:

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{m} r_{ij} \cdot \lambda_j , \qquad j = \overline{0, m} ,$$

де λ_i – сумарна інтенсивність вимог на виході відповідної підсистеми; r_{ij} – ймовірність вступу вимог із j-ої підсистеми по закінченні обслуговування до i-ої підсистеми. Дану систему у матричній формі можна записати, як $R^t\lambda = \lambda$, де R^t – транспонована матриця передач, а λ – вектор-стовпець інтенсивностей потоків вимог, що проходять крізь підсистеми у встановленому режимі, тобто

$$\lambda_j = k_j \cdot \lambda_1 \Rightarrow k_j = \lambda_j / \lambda_1 ,$$

де k_j – коефіцієнт передачі вимог від джерела до j-ої підсистеми. На підставі формули Літтла

$$\gamma T_{cp} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot T_i , \qquad (1)$$

де γ – загальний трафік; T_i – середній час затримки транзакції на вході у відповідну підсистему, яке можна розрахувати таким чином [5]:

$$T_i = \overline{r_i} / \lambda_i + g_i / \mu_i , \qquad (2)$$

де $g_i = \dfrac{1 - \rho_i^{m_i + 1}}{1 - \rho_i^{m_i + 2}}$ – середня частка запитів, що надійшли, які обслуговуються відповідною підсистемою; $\overline{r_i} = \dfrac{\rho_i^2 \, [1 - \rho_i^{m_i} \, (m_i + 1 - m_i \cdot \rho_i)]}{(1 - \rho_i^{m_i + 2}) \, (1 - \rho_i)}$ – середнє число заявок у черзі; m_i – число місць у черзі; $\rho_i = \lambda_i / \mu_i$ – коефіцієнт завантаження i-ої підсистеми.

Тоді вираз (1) приймає вигляд

$$T_i = \frac{1}{\mu_i} \cdot \frac{1 - \rho_i^{m_i + 1} \, [(m_i + 2) - \rho_i \, (m_i + 1)]}{(1 - \rho_i^{m_i + 1}) \, (1 - \rho_i)}$$

або після перетворень

$$T_i = \frac{1}{\mu_i} \cdot \frac{\sum\limits_{k=0}^{m_i} (1 + k) \rho_i^k}{\sum\limits_{k=0}^{m_i + 1} \rho_i^k} = \frac{1}{\mu_i} \cdot \frac{\left(\sum\limits_{k=0}^{m_i + 1} \rho_i^k \right)'}{\sum\limits_{k=0}^{m_i + 1} \rho_i^k} = \frac{1}{\mu_i} \frac{S'_{m_i}}{S_{m_i}} , \quad (3)$$

де $\sum\limits_{k=0}^{m_i + 1} \rho^k = \dfrac{1 - \rho^{m_i + 2}}{1 - \rho} = S_{m_i}$ – сума геометричної прогресії.

Тому середній час затримки по всіх підсистемах знаходиться з (1) і (3) як

$$T_{cp} = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{n} \rho_i \left(\sum_{k=0}^{m_i + 1} \rho_i^k \right)' \Bigg/ \sum_{k=0}^{m_i + 1} \rho_i^k = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{n} \rho_i \frac{S'_{m_i}}{S_{m_i}} .$$

Функція витрат обчислювального ресурсу може бути визначена як [3]:

$$R = k_a \sum_{i=1}^{n} \frac{F_i}{V_i} = k_a \sum_{i=1}^{n} \frac{L \cdot \lambda_i}{L \cdot \mu_i} = k_a \sum_{i=1}^{n} \rho_i ,$$

де L – фіксована довжина мінімального запиту БД; k_a – коефіцієнт, обумовлений відповідної архітектурою підтримки паралельних баз даних.

Таким чином, оптимізаційна задача може бути сформульована в наступному виді: визначити оптимальні значення коефіцієнтів завантаження підсистем, що мінімізують середню затримку

$$T_{cp} = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{n} \rho_i \frac{S'_{m_i}}{S_{m_i}} \rightarrow \min \qquad (4)$$

при умові

$$R = k_a \sum_{i=1}^{n} \rho_i \le R_{max} . \qquad (5)$$

2. Розв'язання оптимізаційної задачі

Для рішення даної задачі застосований метод невизначених множників Лагранжа. Складемо функціонал оптимізації

$$\Phi = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{n} \rho_i \frac{S'_m}{S_m} + P k_a \sum_{i=1}^{n} \rho_i , \qquad (6)$$

де P – невизначений множник Лагранжа.

Обчислюючи часткові похідні $\dfrac{\partial \Phi}{\partial \rho_i} = 0$, одержимо систему з n рівнянь

$$\left(\rho_i S'_{m_i} \big/ S_{m_i} \right)' + \gamma P k = 0 , \quad i = \overline{1, n} , \qquad (7)$$

Після диференціювання і деяких перетворень одержимо диференціальне рівняння другого порядку для кожної підсистеми. Опускаючи індекс i, маємо

$$\frac{S_m^{'}}{S_m} + \rho\frac{S_m^{''}}{S_m} - \rho\frac{(S_m^{'})^2}{S_m^2} + \gamma P k = 0. \quad (8)$$

Шляхом заміни змінних $S_m^{'}/S_m = Z$ і $S_m^{''} = Z^{'} S_m + Z S_m^{'}$ рівняння (8) перетвориться в неоднорідне лінійне рівняння першого порядку:

$$Z^{'} + \frac{1}{\rho}Z = -\frac{1}{\rho}\gamma P k \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{C_2}{\gamma Pk + (S_m^{'}/S_m)} .$$

Визначимо значення C_2 з умови $\rho_o = 1$:

$$\left(S_m^{'}/S_m\right)_{\rho=1} = \frac{(m+1)(m+2)}{2(m+2)} = \frac{m+1}{2} \Rightarrow C_2 = \gamma Pk + \frac{m+1}{2} .$$

Тоді остаточно отримуємо, що

$$\rho = \left(\gamma Pk + (m+1)/2\right)/\left(\gamma Pk + \left(S_m^{'}/S_m\right)\right).$$

Для визначення множника Лагранжа скористаємося умовою (5) для граничного значення обчислювального ресурсу. Тоді

$$k_a \sum_{i=1}^{n} \frac{\gamma Pk + (m+1)/2}{\gamma Pk + \left(S_m^{'}/S_m\right)} = kn \frac{\gamma Pk + (m+1)/2}{\gamma Pk + \left(S_m^{'}/S_m\right)} = R_{max} .$$

Після нескладних перетворень одержуємо значення множника Лагранжа P та умови оптимальності:

$$P = \frac{(m+1)/2 - \left(S_m^{'}/S_m\right)\cdot\left(R_{max}/kn\right)}{\gamma k\left(\left(R_{max}/kn\right) - 1\right)} ;$$

$$\left(\rho_{opt} - R_{max}/kn\right)\left((m+1)/2 - S_m^{'}/S_m\right) = 0 .$$

Отже, можна розглядати дві умови:

$$\rho_{opt} = R_{max}/kn \,;\; S_m^{'}/S_m - (m+1)/2 = 0 . \quad (9)$$

Перша умова визначає оптимальне значення потоку запитів в підсистемах, що забезпечує мінімальне значення середнього часу затримки

$$T_{cp}^{min} = \frac{1}{\gamma}\cdot\frac{R_{max}}{k}\cdot\left(\frac{S_m^{'}}{S_m}\right)_{opt} , \; 0 < \rho_{opt} < 1 ,$$

а друга відповідає максимальному значенню затримки в мережі при ρ = 1, $T_{cp}^{max} = (n/\gamma)\cdot(m+1)/2$, що досягається незалежно від виділеного ресурсу.

ВиЯновокя

Отримані вирази дозволяють проаналізувати різні варіанти мережного середовища функціонування програмних баз даних в системах обробки транзакцій у режимі on-line та дозволяють запропонувати архітектуру та розподіл баз даних в мережному середовищі, при якому затримка проходження трансакції буде мінімальною. Напрямок подальших досліджень – синтез відповідної архітектури базового мережного середовища.

СпиЯокялі2ера2урия

1. *Марков А.С., Лисовский К.Ю. Базы данных: Введение в теорию и методологию. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 512 с.*
2. *Конолли Т., Каролин Б., Страчан А. Базы данных. Проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика. – М. – С.-Пб. – К.: Вильямс, 2000. – 1120 с.*
3. *Каленик А. И .Использование новых возможностей Microsoft SQL 2005 – С.-Пб.: Питер, 2006. – 332 с.*
4. *Горбачук Н.В. Универсальные решения для корпоративных клиентов // INFOCOM. Communications services. – 1999. – № 8. – С. 7 – 8.*
5. *Бертсекас Д., Галлагер Р. Сети передачи данных. – М.: Мир, 1989. – 544 с.*

Надійшла до редколегії 27.07.2006

Рецензент: д-р фіз.-мат. наук, проф. С.В. Смєляков, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.